

*Physica*

JAN 24 1947

# ZEITSCHRIFT FÜR PHYSIK

HERAUSGEGEBEN UNTER MITWIRKUNG  
DER  
DEUTSCHEN PHYSIKALISCHEN GESELLSCHAFT

VON  
**H. GEIGER**

115. BAND. 5. UND 6. HEFT

MIT 44 TEXTFIGUREN

(ABGESCHLOSSEN AM 20. MÄRZ 1940)



VERLAG VON JULIUS SPRINGER, BERLIN

1940

Die

# Zeitschrift für Physik

erscheint zwanglos in einzelnen Heften; 12 Hefte bilden einen Band.

Die Zeitschrift für Physik ist durch jede Buchhandlung zu beziehen. Die Mitglieder der Deutschen Physikalischen Gesellschaft erhalten die Zeitschrift für Physik zu einem mit dem Vorstande der Gesellschaft vereinbarten Vorzugspreis geliefert.

Es wird ausdrücklich darauf aufmerksam gemacht, daß mit der Annahme des Manuskriptes und seiner Veröffentlichung durch den Verlag das ausschließliche Verlagsrecht für alle Sprachen und Länder an den Verlag übergeht, und zwar bis zum 31. Dezember desjenigen Kalenderjahres, das auf das Jahr des Erscheinens folgt. Hieraus ergibt sich, daß grundsätzlich nur Arbeiten angenommen werden können, die vorher weder im Inland noch im Ausland veröffentlicht worden sind. Auch verpflichtet sich der Autor, die Arbeit nachträglich nicht anderweitig zu veröffentlichen.

Manuskriptsendungen sind an die **Verlagsbuchhandlung Julius Springer, Berlin W 9, Linkstraße 22/24**, zu richten.

Die Autoren erhalten eine Fahrenkorrektur. Eine 2. (Umbruch-) Korrektur wird nur auf ausdrücklichen Wunsch übersandt, weil dadurch in der Regel das Erscheinen der Arbeit erheblich verzögert wird.

Autorkorrekturen, d. h. nachträgliche **Textänderungen**, werden, soweit sie 10 % der Satzkosten übersteigen, den Verfassern in Rechnung gestellt.

Die Mitarbeiter erhalten von ihren Arbeiten 75 Sonderdrucke unentgeltlich. Weitere 125 Exemplare werden, falls bei Rücksendung der 1. Korrektur bestellt, gegen eine angemessene Entschädigung geliefert. Darüber hinaus gewünschte Exemplare müssen zum Bogennetttoppreise berechnet werden. Mit der Lieferung von Dissertationsexemplaren befaßt sich die Verlagsbuchhandlung grundsätzlich nicht; sie stellt jedoch den Doktoranden den Satz zur Anfertigung der Dissertationsexemplare durch die Druckerei zur Verfügung.

**Verlagsbuchhandlung Julius Springer, Berlin W 9, Linkstraße 22/24.**

## Aufnahmebedingungen.

Nur solche Arbeiten können in die Zeitschrift für Physik aufgenommen werden, die den folgenden

### Richtlinien

genügen:

1. Die Arbeit muß dem Gebiete der experimentellen oder theoretischen Physik angehören. Auch Arbeiten aus Nachbargebieten können aufgenommen werden. Ausgeschlossen sind jedoch Arbeiten mit rein mathematischem, astronomischem, mineralogischem oder chemischem Inhalt.

2. Die Einleitung der Arbeit soll den Leser in knappen Sätzen in die Vorgeschichte des Problems einführen. Je stärker ein Problem im Vordergrund des Interesses steht, desto kürzer kann die Einleitung gehalten werden.

3. Das Ziel der Arbeit muß schon in der Einleitung klar ausgesprochen werden. Es soll dabei auch ersichtlich sein, inwieweit die Erreichung des gesteckten Zieles einen im Rahmen der heutigen Physik wertvollen wissenschaftlichen Fortschritt bedeutet.

4. Die Beschreibung von Versuchsapparaten soll sich keinesfalls in technische Einzelheiten verlieren. Nur apparative Neuheiten von grundsätzlicher Bedeutung sind von Interesse. Die bildliche Wiedergabe von Apparaten soll durch schematische Zeichnung, nicht durch Photographie erfolgen.

5. Es ist fast immer ausreichend, von den Meßreihen ein typisches Beispiel herauszugreifen. An diesem Beispiel soll aber ersichtlich bzw. kontrollierbar sein, wie die Auswertung erfolgt ist, wie die Rechnungen durchgeführt wurden, welche Korrekturen angebracht sind usw.

6. Die Meßergebnisse sind *entweder* in Tabellen *oder* in Kurven wiederzugeben. Nur in Ausnahmefällen kann es gerechtfertigt sein, dasselbe Zahlenmaterial sowohl in Tabellen wie in Kurvenform zu veröffentlichen.

7. Die Lesbarkeit einer Arbeit gewinnt sehr, wenn die Figuren und Tabellen durch gut durchdachte Beschriftung an sich schon verständlich sind. Jedenfalls sollen alle Figuren und Tabellen mit Unterschriften bzw. Überschriften versehen sein.

8. In theoretischen Arbeiten sollen die mathematischen Ausführungen gerade so ausführlich veröffentlicht werden, daß der Leser die vom Verfasser überwundenen Schwierigkeiten nicht nochmals von neuem überwinden muß. Elementare Rechnungen dürfen nur ganz kurz angedeutet werden. In Zweifelsfällen empfiehlt es sich, Zwischenrechnungen als Anhang in kleinem Druck zu bringen.

9. Die Diskussion der Ergebnisse und die sonstigen allgemeinen Erörterungen sollen in ihrer Ausführlichkeit dem Umfang der in der Arbeit gewonnenen neuen Erkenntnisse entsprechen. Eine kurze Meßreihe berechtigt noch nicht dazu, einen großen Fragenkomplex lehrbuchartig aufzurollen.

10. Jede Arbeit muß in sich abgeschlossen sein. Arbeiten, welche allein auf einen Versuchsvorschlag oder nur auf eine Verbesserung von Meßverfahren oder Meßinstrumenten abzielen, können in der Regel nicht aufgenommen werden.

11. Dissertationen oder Habilitationsschriften können nicht in voller Breite aufgenommen werden. Nur solche Auszüge werden veröffentlicht, die den vorliegenden Richtlinien entsprechen. Die Auszüge sind in einer Fußnote als gekürzte Dissertation usw. zu kennzeichnen.

12. Am Kopf jeder Arbeit soll eine Inhaltsangabe in Kleindruck stehen. In diese Inhaltsangabe sollen vor allem die Punkte aufgenommen werden, welche der Verfasser als seine neuen Ergebnisse und damit als den durch seine Arbeit erzielten wissenschaftlichen Fortschritt ansieht.

**Der Herausgeber: H. Geiger.**

### Ganzzahligkeit in Raum und Zeit. III.

Von A. March in Innsbruck.

(Eingegangen am 2. Januar 1940.)

Nach der in I und II entwickelten Metrik ist der Begriff „Ausdehnung“ auf die Elementarpartikel nicht anwendbar. An Stelle der Ausdehnung tritt der „Überdeckungsbereich“, d. h. die Gesamtheit der Teilchen, die mit der Partikel koinzidieren. Es läßt sich zeigen, daß dieser Bereich bei Bewegung keine Lorentzkontraktion erfährt. Er wird in die Elektrodynamik an Stelle der gewöhnlichen Ausdehnung eingeführt und ermöglicht die Aufstellung invarianter Gleichungen. Es ergeben sich zunächst die Gleichungen eines „Mikrofeldes“, dessen Feldstärken maßgebend sind für die Kraft, mit der das Feld auf eine Elementarpartikel einwirkt. Durch Ausübung eines bestimmten Operators gehen die Gleichungen des Mikro- in die des Makrofeldes über, dessen Feldstärken die Kraft bestimmen, die ein geladener makroskopischer Körper im Felde erfährt. Mikro- und Makrofeldstärken verhalten sich zueinander wie Tensordichte und Tensor.

Die in den Abhandlungen I und II<sup>1)</sup> entwickelte Metrik war auf dem Prinzip aufgebaut, daß es unmöglich sei, auf Grund einer Einzelmessung gleichgültig, mit welchen Mitteln sie durchgeführt wird, Abstände unterhalb einer gewissen Größe  $l_0$  zu erfassen. Ob diese Behauptung wahr oder falsch ist, läßt sich wegen der Kleinheit von  $l_0$  durch direkte Experimente nicht entscheiden. Die vorgeschlagene Metrik kann daher nur so gerechtfertigt werden, daß wir eine auf sie begründete physikalische Theorie entwickeln und deren Brauchbarkeit prüfen. Diese Theorie ist durch das der Metrik zugrundegelegte Prinzip bereits in gewissen wesentlichen Zügen festgelegt, indem sie keine Experimente zulassen darf, die vom Prinzip als unmöglich hingestellt werden. Das zwingt die Theorie, völlig neue Wege zu gehen, die weit ab von den gewohnten Vorstellungen führen. So wird sich z. B. zeigen, daß die metrische Konstante  $l_0$  sich in den Feldgesetzen als eine kritische Lichtwellenlänge auswirkt, in dem Sinne, daß Licht mit einer Wellenlänge unterhalb  $l_0$  in gewissen Versuchen nicht wirksam ist. Auf solche Art wird sich eine natürliche „Abschneidervorschrift“ ergeben, die automatisch die Konvergenz gewisser bisher divergenter Integrale bewirkt. Die Methode des „Abschneidens“ wird von den Theoretikern schon lange geübt, um unsinnigen Ergebnissen auszuweichen. Aber das Verfahren war bisher rein künstlich und stellte nur einen Notbehelf dar, dem jede innere Begründung fehlte und der sich außerdem gar nicht relativistisch invariant formulieren ließ. Demgegenüber handelt es sich

<sup>1)</sup> ZS. f. Phys. 114, 215, u. 114, 653, 1939.

hier um eine invariante Vorschrift, die aus unserer Metrik entspringt und die Bedeutung hat, daß der Lichtwellenlänge aus geometrischen Gründen nach unten hin eine natürliche Grenze der Wirksamkeit gesetzt ist.

Bevor wir an die Entwicklung der Feldtheorie gehen, haben wir uns erst darüber klar zu werden, wie wir die Feldstärken definieren wollen. Es wäre am natürlichsten, die zu irgendeinem Partikelort  $\bar{x}\bar{y}\bar{z}$  gehörigen Größen  $\mathfrak{E}$  und  $\mathfrak{H}$  aus der Kraft zu bestimmen, die eine am Ort  $\bar{x}\bar{y}\bar{z}$  befindliche geladene Partikel erfährt, also z. B. unter  $\mathfrak{E}(\bar{x}\bar{y}\bar{z})$  die (durch die Ladung  $e$  dividierte) Kraft zu verstehen, die auf ein an der Stelle  $\bar{x}\bar{y}\bar{z}$  ruhendes Teilchen einwirkt. Das erweist sich indessen aus formalen Gründen als nicht zweckmäßig, weil sich dann die Feldenergie nicht in der einfachen Form  $\frac{1}{2} \int dv (\mathfrak{E}^2 + \mathfrak{H}^2)$  ansetzen ließe. Will man diesen Ansatz beibehalten, so müssen die Feldstärken wie in der bisherigen Theorie durch die Kraft definiert werden, die das Feld auf *punktförmige* Ladungen ausüben würde, wenn solche Ladungen in der Natur existierten. Die Kraft auf ein reales Ladungsteilchen nimmt dann die Form eines über ein bestimmtes, und zwar, wie sich zeigen wird, relativistisch invariantes Raumgebiet erstreckten Integrals an. Die Feldstärken verlieren so allerdings den Charakter von unmittelbar meßbaren Größen, da sich die zu irgendeiner Raumstelle zu einer gegebenen Zeit gehörigen Vektoren mangels punktförmiger Ladungen nicht direkt bestimmen lassen. Aber deshalb behalten sie doch ihren guten experimentellen Sinn, da es nur *ein* Feld gibt, das für jede Raumstelle die an einem geladenen Teilchen beobachtbaren Kräfte liefert.

*Der „Überdeckungsbereich“ der Ladungsteilchen.* Den entscheidenden Punkt der folgenden Theorie bildet die durch die Koinzidenzen mit den Nachbarteilchen vorgetäuschte Ausdehnung der Elementarpartikel. Wir haben bereits früher hervorgehoben, daß der Begriff „Ausdehnung“ im gewöhnlichen Sinne des Wortes auf ein Elementarteilchen nicht anwendbar ist. Denn jeder Versuch einer Ausmessung der Partikel scheitert ja daran, daß unsere Metrik nur Abstände zwischen *zwei* Partikeln kennt und daher keine Möglichkeit bietet, der Partikel selbst eine Ausdehnung im Sinne eines Abstandes zwischen ihren verschiedenen Punkten zuzuschreiben. Andererseits ist aber die Partikel nicht punktförmig und muß daher eine gewisse räumliche Beschaffenheit haben, die man im übertragenen Sinne als Ausdehnung bezeichnen kann. Diese Beschaffenheit ist die, daß der Partikel ein bestimmter endlicher *Überdeckungsbereich* zukommt, indem sie mit allen Raumelementen koinzidiert, die von ihr einen Abstand  $\leq l_0$  haben. Wenn wir im folgenden von „Ausdehnung“ oder „scheinbarer Ausdehnung“



reden, so meinen wir immer diesen Überdeckungsbereich, dessen wichtigste Eigenschaft die ist, daß er für eine bewegte Partikel *keine Lorentz-Kontraktion* zeigt.

Um das einzusehen, betrachten wir eine (in einem Koordinatensystem  $K'$  ruhende) Partikel  $P$ , die sich im System  $K$  geradlinig gleichförmig bewegt. Von  $K'$  aus beurteilt erstreckt sich der Überdeckungsbereich von  $P$  über alle mitbewegten Partikel, die von  $P$  einen (in  $K'$  gemessenen) Abstand  $\leq l_0$  haben. Würde der Beobachter in  $K$  mit dem von  $K'$  über die Koinzidenz zweier zusammen bewegter Teilchen derselben Meinung sein, so würde er den Bereich der von  $P$  überdeckten mitbewegten Partikel im Verhältnis  $\sqrt{1 - \beta^2}$  verkürzt sehen. Tatsächlich beurteilt er aber, infolge der verschiedenen Auffassung der Gleichzeitigkeit, die Koinzidenz anders, indem er alle diejenigen Teilchen mit  $P$  koinzident sieht, deren *im System  $K$  gemessener* Abstand von  $P \leq l_0$  ist. Im System  $K'$  haben diese Teilchen, wenn sie in der Bewegungsrichtung liegen, von  $P$  Abstände bis  $l_0/\sqrt{1 - \beta^2}$  und erscheinen daher dort, soweit der Abstand  $> l_0$  ist, als nicht koinzident. Trotzdem also alle Abstände die von der Relativitätstheorie geforderte Lorentz-Kontraktion zeigen, *ist der Überdeckungsbereich einer Partikel eine Invariante der Bewegung und hat in jedem Koordinatensystem die Ausdehnung  $l_0$ .* Unter Überdeckungsbereich ist dabei immer die Gesamtheit der *mitbewegten* Teilchen oder Raumelemente verstanden, die als mit  $P$  koinzident beurteilt werden.

Der Überdeckungsbereich läßt noch eine andere als die gegebene Definition zu, indem man unter ihm auch die Gesamtheit der Partikel verstehen kann, die nicht bloß mit  $P$ , sondern auch untereinander koinzidieren. Die Orte dieser Teilchen erfüllen eine Kugel vom Radius  $l_0/2$ , während die vorhin gestellte Forderung, daß die Teilchen nur mit  $P$  koinzidieren sollen, eine Kugel vom Radius  $l_0$  ergibt. Welche von den beiden Definitionen die zweckmäßigere ist, können wir an dieser Stelle noch nicht entscheiden. Die Invarianzeigenschaften sind für beide Bereiche dieselben.

Der Überdeckungsbereich einer Partikel ist zugleich der ihrer Ladung. Auch die Ladung ist nicht punktförmig, sondern ausgedehnt. Aber wieder ist der Begriff „Ausdehnung“ nicht im Sinne eines Gebietes zu verstehen, das beim Übergang auf ein anderes Koordinatensystem eine Lorentz-Kontraktion erfährt, sondern dahin aufzufassen, daß sich die Ladung über alle Raumelemente erstreckt, die mit dem geladenen Teilchen koinzidieren. Ein bewegtes Ladungsteilchen repräsentiert daher ebenso wie ein ruhendes für einen ruhenden Beobachter eine Raumladung von der Ausdehnung  $l_0$  (bzw.  $l_0/2$ ).

Wir führen nun zur Darstellung des Überdeckungsbereichs eine invariante Raumfunktion ein, die in der zu entwickelnden Theorie eine fundamentale Rolle spielt. Zur Erklärung der Funktion betrachten wir die Divergenz von  $\mathfrak{E}$ . In der bisherigen Theorie mußte zur Darstellung von  $\text{div } \mathfrak{E}$  eine uneigentliche Funktion zu Hilfe genommen werden, indem für den Fall einer Punktladung, die sich am Ort mit den Koordinaten  $q$  befindet,  $\text{div } \mathfrak{E} = e \cdot \delta(x - q)$  gesetzt wurde, unter  $\delta(x - q)$  die Diracsche Funktion verstanden. Demgegenüber ist unsere Auffassung die, daß  $\mathfrak{E}$  nicht aus einem Punkt, sondern aus dem Überdeckungsbereich des geladenen Teilchens entspringt, was wir durch die Gleichung zum Ausdruck bringen:

$$\text{div } \mathfrak{E} = e \cdot D(\bar{r}),$$

wobei jetzt  $D(\bar{r})$  eine Funktion des Abstandes  $\bar{r}$  vom Ort  $\bar{q}$  der Partikel bedeutet, die nur für  $\bar{r} \leq l_0$  bzw.  $\leq l_0/2$  von Null verschieden ist und die Eigenschaft hat, daß das über den Bereich  $\bar{r} \leq l_0$  bzw.  $\leq l_0/2$  erstreckte Integral  $\int d v \cdot D(\bar{r})$  gleich 1 ist.  $D(\bar{r})$  ist (im Gegensatz zur entsprechenden Funktion, die in der früher vom Verfasser entworfenen Theorie auftrat) eine *bestimmte* Funktion, die sich indessen theoretisch nicht ermitteln läßt, sondern der Erfahrung entnommen werden muß. Das Wichtigste an ihr ist, daß sie beim Übergang auf ein anderes Koordinatensystem invariant bleibt, da ja das Überdeckungsgebiet einer Partikel in jedem Koordinatensystem gleich groß ist. Durch  $e \cdot D(\bar{r}) = \mu$  ist eine Dichte definiert, die als *Mikrodichte* bezeichnet sei und sich relativistisch völlig verschieden von der gewöhnlichen *Makrodichte*  $\rho$  verhält, indem sie zusammen mit der Geschwindigkeit  $\mathbf{v}$  der Partikel nicht wie die letztere einen 4-Vektor bildet. Wir werden indessen weiter unten sehen, daß die Makro- aus der Mikrodichte durch einen Mittelungsprozeß ableitbar ist.

*Die Feldstärken.* Definiert man das Feld, wie wir vereinbart haben, so, daß die zu einer Raumstelle  $\bar{x} \bar{y} \bar{z}$  gehörigen Feldstärken  $\mathfrak{E}, \mathfrak{H}$  aus der Kraft abgeleitet werden, die eine am Ort  $\bar{x} \bar{y} \bar{z}$  befindliche Punktladung erfahren würde, so ergibt sich für die Kraft auf ein wirkliches Ladungsteilchen der Ausdruck:

$$\mathfrak{K} = e \int d v \cdot D(\bar{r}) \cdot \left( \mathfrak{E} + \frac{1}{c} [\mathbf{v} \mathfrak{H}] \right), \quad (1)$$

der nur für ein im Überdeckungsgebiet homogenes Feld sich in  $e \left( \mathfrak{E} + \frac{1}{c} [\mathbf{v} \mathfrak{H}] \right)$  vereinfacht. Nach (1) läßt sich aus  $\mathfrak{K}$  nicht direkt auf  $\mathfrak{E}$  und  $\mathfrak{H}$  schließen, sondern man hat  $\mathfrak{K}$  für jeden Partikelort zu messen und hierauf  $\mathfrak{E}$  und  $\mathfrak{H}$  in der Abhängigkeit von  $\bar{x} \bar{y} \bar{z}$  so zu wählen, daß der in (1) stehende Integral-

ausdruck für jeden Ort die beobachtete Kraft  $\mathfrak{R}$  liefert. Dabei wird man zur Bestimmung von  $\mathfrak{E}$  vorerst die Kräfte ermitteln, die auf eine *ruhende* Partikel einwirken, und hierauf, mittels bewegter Teilchen, das magnetische Feld ausmessen. Über die Messung einer Kraft wurde bereits in Teil II das Notwendige gesagt. Wir stellen (bei der Bestimmung von  $\mathfrak{E}$ ) die Koordinaten  $\bar{x} \bar{y} \bar{z}$  fest, die einer ruhenden geladenen Partikel  $P$  in einem zur statistischen Zeit  $\bar{t}$  gehörigen Zeitelement zukommen, und beobachten hierauf die Koinzidenzen, die  $P$  zu den Zeiten  $\bar{t} + d\bar{t}$  und  $\bar{t} + 2 d\bar{t}$  (genauer in den zugehörigen Zeitelementen) mit den Teilchen des statistisch geeichten Maßkörpers erfährt. Aus diesen Koinzidenzen läßt sich, wie in II gezeigt wurde, die Beschleunigung und damit, bei bekannter Masse, die Kraft  $\mathfrak{R}$ , die auf  $P$  einwirkt, ermitteln. Zur Messung von  $\mathfrak{H}$  ist eine bewegte Partikel zu verwenden, deren Geschwindigkeit  $v$  aber aus gleich ersichtlichen Gründen sehr klein sein muß.  $v$  wird aus den Koinzidenzen von  $P$  zu den Zeiten  $\bar{t}$  und  $\bar{t} + d\bar{t}$  bestimmt. Was den Ort betrifft, den wir in diesem Falle der Partikel zuzuordnen haben, so begegnen wir der Schwierigkeit, daß dem bewegten Teilchen im Zeitelement  $\bar{t}$  kein bestimmter Ort zukommt, nach II in der Weise, daß wir aus den Koordinaten aller zur Zeit  $\bar{t}$  stattfindenden Koinzidenzen das Mittel nehmen.

Man macht sich indessen leicht klar, daß sich auf diese Art mittels einer ruhenden bzw. langsam bewegten Partikel nicht das gesamte Feld erfassen läßt. Betrachten wir nämlich ein Feld, das sich zeitlich periodisch verändert. Unter seiner Wirkung muß die geladene Partikel, die wir als Probekörper verwenden, Schwingungen von der gleichen Periode ausführen. Aber nach II sind solche Schwingungen nur dann beobachtbar, wenn die Schwingungsdauer  $\tau$  größer als  $t_0$  ist. Denn für  $\tau \leq t_0$  sind ja, wie wir gesehen haben, die Koinzidenzen der Partikel in jedem Zeitelement dieselben, so daß die Geschwindigkeit  $v$  den konstanten Wert Null hat, womit die Kraft  $\mathfrak{R}$  verschwindet. Es ergibt sich so die Einsicht, daß ein zeitlich periodisches Feld, das, vom Koordinatensystem  $K$  aus beurteilt, eine Periode  $\leq t_0$  hat, auf eine in  $K$  ruhende bzw. sehr langsam bewegte Partikel keine Wirkung ausübt und daher mit einer solchen Partikel nicht nachgewiesen werden kann. Dagegen wirkt ein derartiges Feld, wegen des Doppler-Effekts, auf Teilchen, die sich in der Fortpflanzungsrichtung des Feldes hinreichend rasch bewegen, so daß es mit Hilfe bewegter Ladungsteilchen ausgemessen werden kann. Durch Variieren der Bewegungsrichtung gelingt es dabei ohne Schwierigkeit, den elektrischen und magnetischen Anteil des Feldes voneinander zu trennen. Daß zur Ermittlung von Feldern mit einer Periode  $\leq t_0$  der Doppler-Effekt ausgenutzt werden muß, der die Periode über die kritische Grenze schafft



ist durch unsere Metrik bedingt und bildet einen charakteristischen Zug der hier vertretenen Theorie.

*Mikro- und Makrofeld.* Schreiben wir jetzt — zunächst ohne Rücksicht auf die Quantenmechanik — für ein aus Strahlung und einer beliebigen Anzahl  $n$  von Elektronen bestehendes System die Maxwell'schen Gleichungen hin (auf ihre quantenmechanische Ableitung werden wir weiter unten eingehen). Die Koordinaten des  $s$ -ten Elektrons seien bezeichnet mit  $q_k^{(s)}$  ( $k = 1, 2, 3$ ), die Geschwindigkeiten mit  $\mathbf{v}^{(s)}$ .  $\mathfrak{E}(x)$  und  $\mathfrak{H}(x)$  seien die Feldstärken, die zum Raumpunkt mit den (statistischen) Koordinaten  $x_1 x_2 x_3$  gehören (da kein Mißverständnis möglich ist, wollen wir von nun an die Schreibweise durch Weglassung der Querstriche über den  $x$  und ebenso über  $t$  vereinfachen). Die Gleichungen lauten dann:

$$-\frac{1}{c} \frac{\partial \mathfrak{E}(x)}{\partial t} + \text{rot } \mathfrak{H}(x) = (-e) \sum_{s=1}^n \mathbf{v}^{(s)} \cdot D(x - q^{(s)}),$$

$$\text{div } \mathfrak{E}(x) = (-e) \sum_{s=1}^n D(x - q^{(s)}), \quad (2)$$

$$\frac{1}{c} \frac{\partial \mathfrak{H}(x)}{\partial t} + \text{rot } \mathfrak{E}(x) = 0, \quad \text{div } \mathfrak{H}(x) = 0. \quad (3)$$

In die Funktion  $D$  ist hier an Stelle von  $r$  die Differenz  $x - q^{(s)}$  eingeführt, was so zu verstehen ist, daß  $D(x - q^{(s)})$  für  $\sqrt{\sum (x - q^{(s)})^2} = r$  identisch mit  $D(r)$  ist. An den Gleichungen interessiert uns vor allem ihr Verhalten bei einer Lorentz-Transformation. Nach dem Vorausgehenden bilden die rechten Seiten von (2) wegen der Invarianz der Funktion  $D$  keinen 4-Vektor. Daher können  $\mathfrak{E}$  und  $\mathfrak{H}$  nicht wie in der gewöhnlichen Theorie sich wie ein antisymmetrischer Tensor transformieren und es könnte scheinen, als ob deshalb das Gleichungssystem sich mit der Relativitätstheorie nicht in Einklang bringen lasse.

Der Widerspruch klärt sich dahin auf, daß die Größen  $\mathfrak{E}$  und  $\mathfrak{H}$ , die wir hier betrachten und mittels der Wirkung des Feldes auf eine Elementarpartikel definiert haben, nicht dasselbe sind wie das, was man in der gewöhnlichen makroskopischen Theorie unter den Feldstärken versteht. Wir wollen die ersteren die *Mikro-*, die letzteren die *Makrofeldstärken* nennen. Wie wir sehen werden, verhalten sich diese beiden Arten von Größen zueinander wie eine bestimmte Art von tensorieller Dichte zum entsprechenden Tensor, indem sich die Makro- aus den Mikrofeldstärken durch eine Raumintegration ableiten lassen. Die Transformation der Mikrofeldstärken wird durch die Forderung festgelegt, daß die Gleichungen (1) bis (3) beim Übergang auf ein anderes raumzeitliches Koordinatensystem in sich



übergehen müssen. Daß die Gleichungen sich diesem Postulat widerspruchsfrei fügen, wird sich aus der Möglichkeit ergeben, sie durch eine bestimmte Operation in die gewöhnlichen Gleichungen der Makrotheorie zu überführen.

Das Mikrofild bildet gewissermaßen den unserer groben makroskopischen Beobachtung unzugänglichen Untergrund, aus dem alles Geschehen im Felde hervorgeht. Was wir gewöhnlich als Feld bezeichnen und durch einen antisymmetrischen Tensor beschreiben, entspringt aus ihm durch Zusammenfassung der Kräfte, die auf einen makroskopisch kleinen, dagegen mikroskopisch großen, d. h. aus sehr vielen geladenen Elementarteilchen bestehenden Körper wirken. Die an solchen Körpern auftretenden Kräfte bestimmen, wie sich zeigen wird, das Makrofild, das sich als 6-Vektor darstellen läßt. Das Verhältnis von Mikro- zur Makrotheorie entspricht also etwa dem von kinetischer Gastheorie zur phänomenologischen Wärmelehre. Um die beiden Felder auch in der Bezeichnung auseinanderzuhalten, wollen wir im folgenden die Mikrofildstärken durch kleine Buchstaben  $e, h$  von den phänomenologischen Feldstärken  $\mathfrak{E}, \mathfrak{H}$  unterscheiden.

Ein weiterer wichtiger Punkt ist der folgende. Wie wir in II gesehen haben, ist für eine Partikel, die um einen im zugrunde gelegten Koordinatensystem  $K$  ruhenden Punkt Schwingungen ausführt, die Geschwindigkeit gleich Null, wenn die Schwingungsdauer unterhalb  $t_0$  liegt. Nach den Gleichungen (2) kann daher eine solche Partikel keine Strahlung emittieren, da sie zur rechten Seite der ersten Gleichung keinen Beitrag liefert. Unsere Metrik bringt so automatisch eine Beschränkung der Strahlungsmöglichkeiten mit sich. Licht mit  $\tau \leq t_0$  kann nach (2) nur durch bewegte Oszillatoren zustande kommen, für die  $\mathbf{v}$  auch bei einer Schwingungsdauer  $\leq t_0$  (gemessen im System  $K$ , relativ zu dem der Oszillator eine fortschreitende Bewegung hat) von Null verschieden sein kann, vorausgesetzt nur, daß das im Ruhesystem gemessene  $\tau$  oberhalb  $t_0$  liegt.

Die Gleichungen (1) bis (3) sind indessen noch nicht endgültig, weil sie erst mit den Anforderungen der Quantenmechanik in Einklang gebracht werden müssen, nach der die Feldstärken nicht als Zahlgrößen, sondern als Operatoren aufzufassen sind. In diesem Punkt soll die Theorie nun vervollkommen werden.

*Quantenmechanische Theorie des Mikrofildes.* Es sei ein System gegeben, das aus einer beliebigen Anzahl  $n$  von Elektronen und aus Strahlung besteht. Die Koordinaten des  $s$ -ten Elektrons seien  $q_k^{(s)}$  ( $k = 1, 2, 3$ ), die entsprechenden Impulskomponenten  $p_k^{(s)}$ . Sowohl die  $q_k^{(s)}$  als die  $p_k^{(s)}$  denken wir uns im folgenden stets als Operatorgrößen, im besonderen  $p_k^{(s)}$  als  $\frac{\hbar}{i} \frac{\partial}{\partial q_k^{(s)}}$ .

Weiter sollen zum Elektron  $s$  die  $4 \cdot 4$  reihigen Matrizen  $\alpha_k^{(s)}$  und  $\beta^{(s)}$  gehören, die in der Dirac-Gleichung auftreten, wenn man sie in der Form

$$\frac{1}{c} \frac{\partial \psi}{\partial t} + \sum_k \alpha_k \frac{\partial \psi}{\partial x_k} + i \frac{m c}{\hbar} \beta \psi = 0$$

schreibt. Schließlich sollen  $e(x)$  und  $h(x)$  die als Operatorgrößen gedachten Feldstärken bedeuten, die zum Ort mit den Koordinaten  $x$  gehören. Dann läßt sich das aus Strahlung und Materie bestehende System quantenmechanisch durch den Hamilton-Operator:

$$H = e \sum_{s=1}^n \sum_{k=1}^3 \left\{ \alpha_k^{(s)} \left( p_k^{(s)} + \frac{e}{c} \int d v \cdot D(x - q^{(s)}) \cdot \Phi_k(x) + m c \beta^{(s)} \right) \right\} + \frac{1}{2} \int d v \cdot (e^2(x) + h^2(x)) \quad (4)$$

( $\Phi_1 \Phi_2 \Phi_3 =$  Vektorpotential) beschreiben, der sich von dem der bisherigen Theorie nur dadurch unterscheidet, daß zu  $p_k^{(s)}$  nicht einfach  $\Phi_k(q^{(s)})$ , sondern das über den Überdeckungsbereich erstreckte Integral von  $\Phi_k$  hinzutritt. Damit tragen wir der scheinbaren Ausdehnung der Partikeln Rechnung. Den in  $H$  auftretenden Operatoren sind bestimmte Vertauschungsrelationen vorgeschrieben, die wir unverändert aus der von Heisenberg und Pauli entwickelten Theorie übernehmen wollen. Es gilt danach (für die Komponenten von  $h$  verwenden wir zweckmäßig die Schreibweise  $h_1 = h_{23}$  usw.):

$$\left. \begin{aligned} [e_i(x), e_k(x')] &= 0, & [h_{ij}(x), h_{kl}(x')] &= 0, \\ [e_i(x), h_{jk}(x')] &= \frac{\hbar}{i} c \left( \delta_{ij} \frac{\partial}{\partial x_k} - \delta_{ik} \frac{\partial}{\partial x_j} \right) \delta(x - x'), \\ \alpha_i^{(s)} \alpha_k^{(s')} + \alpha_k^{(s')} \alpha_i^{(s)} &= 2 \delta_{ss'} \cdot \delta_{ik}, & \alpha_i^{(s)} \beta^{(s')} + \beta^{(s')} \alpha_i^{(s)} &= 0, & \beta^{(s)2} &= 1. \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

Mit allen übrigen Observablen sind die  $\alpha_k^{(s)}$  und  $\beta^{(s)}$  vertauschbar, ebenso die  $e, h$  mit den  $q$  und  $p$ . Für die auf die Größen  $q_k^{(s)}, p_k^{(s)}$  und  $\Phi_k$  bezüglichen Relationen benutzen wir passend die Abkürzung:

$$p_k^{(s)} + \frac{e}{c} \int d v \cdot D(x - q^{(s)}) \cdot \Phi_k(x) = \pi_k^{(s)}.$$

Es gilt dann:

$$\left. \begin{aligned} [\pi_i^{(s)}, q_k^{(s')}] &= \frac{\hbar}{i} \delta_{ss'} \cdot \delta_{ik}, & [\pi_i^{(s)}, h_{jk}(x)] &= 0, \\ [\pi_i^{(s)}, \pi_k^{(s')}] &= \frac{\hbar}{i} \delta_{ss'} \cdot \frac{e}{c} \int d v \cdot D(x - q^{(s)}) \cdot h_{ik}(x), \\ [\pi_i^{(s)}, e_k(x')] &= (-e) \frac{\hbar}{i} \delta_{ik} \int d v \cdot D(x - q^{(s)}) \\ &\quad \cdot \delta(x - x') = (-e) \frac{\hbar}{i} \delta_{ik} \cdot D(x' - q^{(s)}). \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

Diese Ansätze unterscheiden sich von denen der Heisenberg-Paulischen Theorie lediglich durch die auftretenden Integrale; sie sind durch die geänderte Definition der  $\pi_k^{(s)}$  bedingt, die dort durch  $p_k^{(s)} + \frac{e}{c} \Phi_k(q^{(s)})$ , hier durch  $p_k^{(s)} + \frac{e}{c} \int dv \cdot D(x - q^{(s)}) \cdot \Phi_k(x)$  erklärt sind, entsprechend dem Umstand, daß der Partikel in unserer Theorie eine scheinbare Ausdehnung zukommt. Daß es möglich ist, eine solche Ausdehnung in die Theorie einzuführen, ohne dadurch deren Invarianz zu zerstören, ist eine Folge unserer Metrik, die der Partikel einen invarianten Überdeckungsbereich zuordnet. Mit einer Ausdehnung im gewöhnlichen Sinn wäre eine invariante Theorie nicht durchführbar.

Durch die Relationen (5) und (6) in Verbindung mit dem Ausdruck (4) für die Hamilton-Funktion ist das Problem eindeutig festgelegt. Wir gewinnen aus ihnen die Gleichungen (1) bis (3), indem wir die für jede Observable  $a$  gültige Beziehung verwenden:  $\dot{a} = \frac{i}{\hbar} [H, a]$ , die für  $a = e$  und  $a = h$  liefert:

$$-\frac{1}{c} \frac{\partial e(x)}{\partial t} + \text{rot } h(x) = (-e) \sum_{s=1}^n \alpha^{(s)} \cdot D(x - q^{(s)}), \quad (7)$$

$$\frac{1}{c} \frac{\partial h(x)}{\partial t} + \text{rot } e(x) = 0. \quad (8)$$

Wegen  $h_{ik} = \frac{\partial \Phi_k}{\partial x_i} - \frac{\partial \Phi_i}{\partial x_k}$  gilt weiter für  $h$  noch die Beziehung:

$$\text{div } h(x) = 0, \quad (9)$$

deren zeitliche Ableitung wegen (8) verschwindet. Zu (7) nehmen wir noch die Gleichung hinzu:

$$\text{div } e(x) = (-e) \sum_{s=1}^n D(x - q^{(s)}), \quad (10)$$

die aus dem Gleichungssystem (4) bis (6) nicht zu gewinnen ist und daher als eine *Zusatzbedingung* auftritt. Es läßt sich zeigen, daß sie sich widerspruchsfrei in die Theorie einfügt, indem der Operator

$$\text{div } e(x) + e \sum D(x - q^{(s)})$$

mit allen in der Theorie auftretenden Operatoren vertauschbar ist, was gefordert werden muß, da anderenfalls die Größe nicht gleich der  $c$ -Zahl Null gesetzt werden könnte, und was außerdem — wegen der Vertausch-

barkeit mit  $H$  — die zeitliche Konstanz von (10) verbürgt. Ebenso wie (10) sind übrigens alle Vertauschungsrelationen mit  $H$  vertauschbar, so daß sie sich mit der Zeit nicht ändern.

In (7) bis (10) tritt die Materie als Ausgangspunkt der Strahlung auf, wobei zufolge der Metrik Partikelschwingungen mit  $\tau \leq t_0$  um einen im betrachteten Koordinatensystem ruhenden Punkt unwirksam sind, weil für solche Schwingungen  $\alpha = c \cdot v$  verschwindet. Bestimmen wir andererseits die zeitliche Änderung der Größen  $\pi_k^{(s)}$ :

$$\dot{\pi}_k^{(s)} = \frac{i}{\hbar} [H, \pi_k^{(s)}] = (-c) \int d v \cdot D(x - q^{(s)}) \left( e_k(x) + \sum_{i=1}^3 \alpha_i^{(s)} \cdot h_{ki}(x) \right), \quad (11)$$

so erhalten wir umgekehrt eine Beschreibung der Art, in der die Strahlung auf die Materie zurückwirkt. Wieder bringt dabei die Metrik eine Einschränkung für Felder mit einer Periode unterhalb  $t_0$  mit sich, indem solche Felder für eine ruhende Partikel ein  $\dot{p}_k$  erzeugen, dem keine wirkliche Bewegung entspricht. Wohl aber vermag eine hinreichend rasch bewegte Partikel auf sie anzusprechen.

*Übergang zum Makrofeld.* Die Relativitätstheorie verlangt die Invarianz sämtlicher im vorangehenden aufgestellten Gleichungen, und wir haben daher nun zu untersuchen, ob die Gleichungen wirklich von solcher Art sind, daß sie sich bei einer bestimmten Transformation der in ihnen auftretenden Größen der Forderung widerspruchsfrei fügen. Wir erbringen diesen Nachweis, indem wir zeigen, daß sich aus den Gleichungen durch Vornahme einer bestimmten Operation jene des Makrofeldes ableiten lassen, von denen wir wissen, daß sie dem Relativitätsprinzip Genüge leisten.

Bei der makroskopischen Ausmessung eines Feldes dient uns als Probekörper nicht eine Elementarpartikel, sondern ein, wenn auch sehr kleiner, so doch aus sehr vielen geladenen Teilchen bestehender Körper. Die durch die gesamte Ladung dividierte Kraft, die ein derartiger ruhender Körper von Seite des Feldes erfährt, ist die Makrofeldstärke  $\mathfrak{E}$ , die somit definiert ist durch:

$$\mathfrak{E}(x) = \frac{1}{n'} \sum_{r=1}^{n'} \int d x' \cdot D(x' - q'^{(r)}) \cdot e(x'), \quad (12)$$

unter  $n'$  die Anzahl der im Probekörper enthaltenen Partikel und unter  $q_k'^{(r)}$  deren Koordinaten verstanden;  $d x'$  ist als Abkürzung für  $d x'_1 \cdot d x'_2 \cdot d x'_3$  verwendet. Entsprechend gilt für die Makrofeldstärke  $\mathfrak{H}$ :

$$\mathfrak{H}(x) = \frac{1}{n'} \sum_{r=1}^{n'} \int d x' \cdot D(x' - q'^{(r)}) \cdot h(x'). \quad (12')$$



Dabei ist die Stelle  $x$ , zu der  $\mathfrak{E}$  und  $\mathfrak{H}$  gehören, etwa durch den Mittelpunkt des Probekörpers erklärt. Zur Bildung von  $\frac{\partial \mathfrak{E}(x)}{\partial x}$  und  $\frac{\partial \mathfrak{H}(x)}{\partial x}$  denken wir uns den Probekörper in der  $x$ -Richtung unendlich wenig verschoben; es entsteht dann wegen der Unveränderlichkeit der mitgeführten Überdeckungsbereiche:

$$\frac{\partial \mathfrak{E}(x)}{\partial x} = \frac{1}{n'} \sum_{r=1}^{n'} \int d x' \cdot D(x' - q^{(r)}) \cdot \frac{\partial e(x')}{\partial x'} \quad (13)$$

und ein entsprechender Ausdruck für  $\frac{\partial \mathfrak{H}(x)}{\partial x}$ . Allgemein gilt, daß irgendein in (12) an  $e$  oder  $h$  ausgeübter Differentialoperator, wie z. B. div oder rot, den gleichen Operator an  $\mathfrak{E}$  bzw.  $\mathfrak{H}$  erzeugt. Betrachten wir nun zunächst etwa die Gleichung (10). Sie liefert:

$$\begin{aligned} \operatorname{div} \mathfrak{E}(x) &= \frac{1}{n'} \sum_{r=1}^{n'} \int d x' \cdot D(x' - q^{(r)}) \cdot \operatorname{div} e(x') \\ &= \frac{1}{n'} \sum_{r=1}^{n'} \int d x' \cdot D(x' - q^{(r)}) \cdot e \sum_{s=1}^n D(x' - q^{(s)}). \end{aligned} \quad (14)$$

Die  $q^{(r)}$  beziehen sich dabei auf die Partikel des Probekörpers, mit dem das von den Partikeln mit den Koordinaten  $q^{(s)}$  ausgehende Feld gemessen wird. Wir ersetzen die Summation über die letzteren durch ein Integral, indem wir die Zahl der felderzeugenden Partikel mit Koordinaten zwischen  $q_k$  und  $q_k + dq_k = w(q) \cdot dq$  setzen ( $dq = dq_1 \cdot dq_2 \cdot dq_3$ ). Für die rechte Seite von (14) entsteht dann:

$$\begin{aligned} \frac{1}{n'} \sum_{r=1}^{n'} \int d x' \cdot D(x' - q^{(r)}) \cdot e \int d q \cdot D(x' - q) \cdot w(q) \\ = \frac{1}{n'} \sum_{r=1}^{n'} \int d x' \cdot D(x' - q^{(r)}) \cdot e \cdot w(x'). \end{aligned}$$

Wir denken uns den Probekörper hinreichend klein, so daß  $w(x')$  innerhalb des Körpers als konstant betrachtet werden darf. Dann geht die rechte Seite über in:

$$\frac{e}{n'} w(x) \cdot \sum_{r=1}^{n'} \int d x' \cdot D(x' - q^{(r)}) = \frac{e}{n'} \cdot w(x) \cdot n' = e \cdot w(x).$$

$e \cdot w(x)$  bedeutet aber die Ladung des Raumes an der Stelle  $x$  pro Volumeneinheit, also die dort bestehende *makroskopische* Ladungsdichte  $\varrho$ , so daß wir schließlich für  $\mathfrak{E}$  die Gleichung erhalten:

$$\operatorname{div} \mathfrak{E}(x) = \varrho(x). \quad (15)$$

Ganz entsprechend gehen die übrigen Gleichungen (7) bis (9) über in:

$$\begin{aligned}
 -\frac{1}{c} \frac{\partial \mathfrak{E}(x)}{\partial t} + \text{rot } \mathfrak{H}(x) &= \mathfrak{v} \cdot \varrho(x), \\
 \frac{1}{c} \frac{\partial \mathfrak{H}(x)}{\partial t} + \text{rot } \mathfrak{E}(x) &= 0, \quad \text{div } \mathfrak{H}(x) = 0.
 \end{aligned} \tag{15'}$$

Dabei ist  $c\alpha$  durch  $\mathfrak{v}$  ersetzt.

Die Makrodichte  $\varrho$  ist im Gegensatz zur Mikrodichte  $\mu$  eine Größe, die zusammen mit  $\alpha$  oder  $\mathfrak{v}$  einen 4-Vektor bildet. Für  $\mathfrak{E}$  und  $\mathfrak{H}$  folgt daraus, daß sie zusammen einen antisymmetrischen Tensor bestimmen. Man ersieht jetzt, daß die Größen  $\mathfrak{e}$  und  $\mathfrak{h}$  den Charakter einer Tensordichte haben, indem aus ihnen durch Ausübung des Operators  $\sum \int dx \cdot D(x - q^{(s)})$  ein antisymmetrischer Tensor entsteht. Dieser Operator, durch den auch  $\mu$  übergeht in  $\varrho$ , vermittelt den Übergang vom Mikro- zum Makrofeld.

Die Auflösung des durch die Gleichungen (4) bis (6) definierten Problems wollen wir hier übergehen, da sie prinzipiell keine Schwierigkeiten bietet und ihre wesentlichsten Ergebnisse von vornherein zu übersehen sind. Es ist klar, daß irgendwelche Unendlichkeitsschwierigkeiten in der Rechnung nicht auftreten können. Die Energie der Hohlraumstrahlung wird endlich, weil sich innerhalb eines ruhenden, von spiegelnden Wänden ausgekleideten Kastens nur stehende Wellen mit einer Wellenlänge  $> l_0$  ausbilden können. Denn kleinere Wellen können an der Wand nicht reflektiert werden. Weiter ergibt sich sowohl für die elektrische wie für die magnetische Eigenenergie einer geladenen Partikel ein Ausdruck von der Größenordnung  $e^2/l_0$ .

## Rückwirkung durch metastabile Atome und Durchschlagssenkung bei Edelgasen.

Von W. Rogowski, Aachen.

Mit 11 Abbildungen. (Eingegangen am 9. Januar 1940.)

Nach einer allgemeinen Übersicht über die Ergebnisse (Abschnitt 1) wird bei der Plattenfunkenstrecke (ebenes Problem) die Verteilung der metastabilen Atome unter Berücksichtigung ihrer Neubildung, Vernichtung und Diffusion berechnet und der Versuch gemacht, den metastabilen Beitrag zur gesamten Oberflächenrückwirkung an der Kathode abzuschätzen. Dieser Beitrag hat in der Nähe des Durchschlagsminimums ein Maximum. Je weiter man in das Nah- und in das Weitdurchschlagsgebiet hinein vordringt, um so mehr geht er zurück (Abschnitt 2, 3 und 4). Die metastabile Oberflächenrückwirkung wächst mit der Raumladung und vermag somit Durchschlagssenkungen zu begründen (Abschnitt 5). Die bei Stoß zweier metastabiler Atome gegeneinander frei werdenden Elektronen werden als *Anfangselektronen einer räumlichen Rückwirkung* aufgefaßt, die in Vergleich mit der bekannten räumlichen Rückwirkung positiver Ionen zu setzen ist. Für das Wachstum der von diesen Anfangselektronen ausgehenden neuen Elektronenlawinen wird der alte *Townsend'sche Ansatz* ( $\frac{dn}{dx} = \alpha n$ ) verwendet. Auf dieser Grundlage können die *Durchschlagsgesetze von Rogowski, Fucks und Wallraff* begründet werden (Abschnitt 6). Bei Anwesenheit metastabiler Atome ist das Gas als *Gasmischung* zu betrachten. Die Komponenten der Mischung haben verschiedene Ionisierungskoeffizienten und verschiedene Verteilung. Der Gasmischung kommt daher ein örtlich veränderlicher, von der Gesamtstromdichte abhängiger Ionisierungskoeffizient zu. Läßt man auch hier den *alten Townsend'schen Ionisierungsansatz* gelten, so kann man auch auf dieser Grundlage die *Durchschlagsgesetze* herleiten (Abschnitt 7). Es wird ein Vergleich mit dem *Schadeschen Ansatz* durchgeführt (Abschnitt 8). Auch die von Penning beobachtete *Durchschlagssenkung* in Neon-Argongemischen wird als Folge einer *räumlichen metastabilen Rückwirkung* gedeutet. Im Grenzfall (Diffusionskoeffizient gleich Null) führt die vorliegende Behandlung *formal* auf die von Penning angegebene Erhöhung des Elektronenionisierungskoeffizienten zurück. Es werden aus den *Kruit-hoff-Penningschen Messungen* Schlüsse auf die Vernichtungskonstante und auf die Neubildung ( $\epsilon/\alpha$ -Wert) metastabiler Atome gezogen und mit anderen im Schrifttum angegebenen Werten verglichen (Abschnitt 9). *Räumliche Rückwirkungen* können *entarten*, so daß sie ähnlich wirken, wie eine Erhöhung der Elektronenionisierung. Die gefundenen Ergebnisse werden auf *Molekulgase* übertragen und für beliebige Lawinenprodukte verallgemeinert. Auf ihre Bedeutung für anomale Polaritätseffekte wird hingewiesen (Abschnitt 10). Eine *Erweiterung der Townsend'schen Theorie* muß an den bei Stromdurchgang entstehenden *Lawinenprodukten* anknüpfen und deren Eigenschaften zum Ausdruck bringen. Einerlei, ob als Lawinenprodukt positive Ionen (Raumladung) oder angeregte (metastabile) Atome in Frage kommen, *Durchschlagsgesetze* und fallende Charakteristik begründen sich in beiden Fällen in gleicher Weise 1. durch die Änderung der Rückwirkung, 2. durch die Änderung des Ionisierungskoeffizienten und die hierdurch verursachte Änderung der integralen Elektronenionisierung (Abschnitt 11).

1. *Übersicht und Ziel.* Metastabile Atome (im folgenden kurz mit m. A. bezeichnet) können sich infolge ihrer langen Lebensdauer in elektrischen Entladungen stark anreichern. Sie werden durch Elektronenstoß erzeugt, wandern dann aber infolge *Diffusion* von ihrem Entstehungsort ab. Im Beharrungszustand nehmen sie eine *bestimmte Verteilung* ein. Bei der ebenen Plattenfunkenstrecke wird diese in der Nähe der Anode, dem Hauptsitz der Ionisierung, ihre größten Werte erreichen. Ein Teil der m. A. wandert aber bis zur Kathode und löst daselbst beim Auftreffen neue Anfangselektronen aus (*metastabile Oberflächenrückwirkung*). Sie geben so Anlaß zu einem Teil der mit  $\gamma$  bezeichneten Rückwirkung. Wir werden zeigen, daß sich dieser Teil in der Nähe des Durchschlagsminimums am stärksten bemerkbar machen muß und daß sein Einfluß sowohl im ausgesprochenen Nah- wie Weitdurchschlagsgebiet zurückgeht.

Wird aber ein gewisser Teil der Oberflächenrückwirkung durch m. A. verursacht, so muß mit wachsendem Strom und stärkerer Bestrahlung eine Durchschlagssenkung eintreten. Denn es hat allgemein nachgewiesen werden können, daß die Anregung und daher die Zahl der m. A. wächst, wenn Raumladung und Feldverzerrung bei konstanter Spannung heraufgesetzt werden<sup>1)</sup>. Auch die Oberflächenrückwirkung durch m. A. muß somit Anlaß zu quadratischen Eigenerreregungen<sup>2)</sup> geben und zu den von Rogowski, Fucks und Wallraff<sup>3)</sup> aufgedeckten Durchschlagsgesetzen (vgl. Abschnitt 6) führen.

Aber es kommt mehr hinzu: Die m. A. verursachen nicht nur eine *Oberflächenrückwirkung*, sondern sie geben auch Anlaß zu einer *räumlichen Rückwirkung*, die in Vergleich mit der bekannten *räumlichen* Ionisierung durch *positive Ionen* zu setzen ist. Die räumliche metastabile Rückwirkung führt genau so wie die metastabile Oberflächenrückwirkung zu quadratischen Eigenerreregungen und zu den eben genannten Durchschlagsgesetzen. Sie kommt dadurch zustande, daß die m. A. unter sich zusammenstoßen und so zu Ionisierungsvorgängen führen. Daß solche ionisierenden Stöße beim Durchschlag von Bedeutung werden können, darauf hat bereits Schade<sup>4)</sup> hingewiesen. Schade sah zur Beschreibung der ionisierenden Wirkung dieser Stöße eine *Ergänzung des Stoßionisierungsgesetzes der Elektronen* durch Einführung eines *quadratischen, von der Verteilung der Elektronen abhängigen*

<sup>1)</sup> W. Rogowski, ZS. f. Phys. **114**, 1, 1939. — <sup>2)</sup> Gemeint ist z. B. das in (6.23) mit  $i^2$  behaftete Glied. Vgl. W. Rogowski u. A. Wallraff, ZS. f. Phys. **108**, 1, 1938. — <sup>3)</sup> Zusammenfassende Darstellung und Schrifttumsangaben bei W. Rogowski, a. a. O. — <sup>4)</sup> R. Schade, ZS. f. Phys. **108**, 353, 1938.



*Gliedes* als notwendig an. Wir werden zeigen, daß man zur Beschreibung der ionisierenden Wirkung derselben Stöße ein *quadratisches*, von der Verteilung der *metastabilen Atome abhängiges Glied* einführen muß. In unserem Falle werden die durch Stoß metastabiler Atome untereinander frei werdenden Elektronen auch nicht der *Elektronenionisierung*, sondern der *Rückwirkung* zugeordnet und die durch sie losgeschlagenen Anfangselektronen lösen Lawinen aus, die nach unserer Darstellung nach dem *alten Townsendschen Ansatz* wachsen.

Auch die Stöße der Elektronen mit angeregten Atomen werden wir näher betrachten. *Auch hier wird sich die Schadesche Ergänzung des Townsendschen Ansatzes durch Einbeziehung eines quadratischen Gliedes nicht als erforderlich erweisen.* Wir werden das Gas bei Stromdurchgang als eine *Gasmischung* auffassen, deren Mischungsverhältnis und deren  $\alpha$ -Wert sich bei der Plattenfunkenstrecke in bestimmter Weise mit dem Abstand von der Kathode und mit dem Gesamtstrom ändert<sup>1)</sup>. Dies hat eine vom *Gesamtstrom* abhängige integrale Elektronenionisierung zur Folge. Auch auf dieser Grundlage lassen sich ungezwungen quadratische Eigenerregungen begründen, die die Koeffizienten in den Durchschlagsgesetzen weiter auffüllen.

Noch auf ein anderes Problem wirft unsere Betrachtung Licht. Penning hat das Verdienst, nachgewiesen zu haben, daß eine geringe Beimengung Argon bereits eine starke Senkung des Durchschlags gegenüber reinem Neon herbeiführen kann<sup>2)</sup>. Er hat diese Tatsache auf die ionisierende Wirkung von metastabilen Neonatomen auf unangeregte Argonatome zurückgeführt. Auch wir halten im folgenden an dieser Erklärungsweise fest. Aber während Penning das Entscheidende dieser Art von Durchschlagssenkung durch *Vergrößerung des Koeffizienten der Elektronenionisierung* beschrieb, werden wir diese Art Durchschlagssenkung durch das Aufkommen einer *räumlichen Rückwirkung*, nunmehr mit proportionalen Eigenerregungen, erklären. Es wird sich zeigen, daß unsere Ergebnisse bei völligem Verschwinden der Diffusion formal in die Penningschen übergehen. Im Grenzfall kommen wir daher formal wieder auf die Penningsche Darstellung zurück. Aber es wird sich herausstellen, daß dieses Problem hiermit nicht erschöpft ist und daß unsere Behandlungsweise eine tiefere Durchdringung ermöglicht.

Wir werden weiter eine besondere Eigenschaft räumlicher Rückwirkungen aufdecken, unsere Ergebnisse verallgemeinern und schließlich begründen,

<sup>1)</sup> W. Rogowski, ZS. f. Phys. **114**, 45, 1939. — <sup>2)</sup> F. M. Penning, Naturwiss. **15**, 818, 1927; ZS. f. Phys. **46**, 335, 1928; **72**, 338, 1931; Physica **10**, 47, 1930; F. M. Penning u. C. C. J. Addink, Physica **1**, 1007, 1934.

daß eine Erweiterung der Townsendschen Theorie, die von einer fallenden Charakteristik und von den obigen Durchschlagsgesetzen Rechenschaft geben will, notwendigerweise an den bei Stromdurchgang entstehenden *Lawinenprodukten* anknüpfen und deren Eigenschaften zum Ausdruck bringen muß.

2. *Verteilung und Oberflächenrückwirkung metastabiler Atome. Plattenfunkenstrecke. Geringer Elektrodenabstand.* Stehen die Elektroden nahe

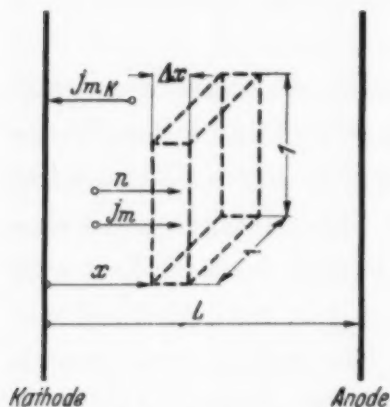


Fig. 1. Funkenstrecke.

beieinander, so können wir die Vernichtung der m. A. durch Stoß gegen Gasatome vernachlässigen. Wir brauchen nur ihre Vernichtung an den Elektroden zu berücksichtigen. Es sei eine Fremdbestrahlung vorhanden, die eine große Fläche auf der Kathode treffen möge, so daß ein ebenes Problem als gerechtfertigt angesehen werden kann.

Im Beharrungszustand mögen  $N_k$  Elektronen je  $\text{cm}^2 \text{ sec}$  die Kathode verlassen. Vermehren sie sich durch Stoßionisation (Ionisierungskoeffizient  $\alpha$ ), so beträgt ihre Zahl in der Entfernung  $x$  von der Kathode (vgl. Fig. 1)  $N_k \cdot e^{\alpha x}$ . Auf der Strecke  $\Delta x$  erzeugen sie

$$N_k \varepsilon e^{\alpha x} \Delta x, \quad (2.1)$$

m. A. ( $\varepsilon$  = Anregungskoeffizient der metastabilen Energiestufe). Es sei  $j_m$  die Stromdichte der m. A. (Zahl der m. A., die an der Stelle  $x$  je sec durch den Einheitsquerschnitt in der positiven  $x$ -Richtung wandern). Dann verläßt den gezeichneten Volumenteil  $1 \cdot \Delta x$  (vgl. Fig. 1) in der Sekunde die Menge:

$$\frac{d j_m}{d x} \Delta x. \quad (2.2)$$

Im Beharrungszustand müssen Neubildung und Verlust einander gleich sein. Dies ergibt:

$$\frac{d j_m}{d x} = N_k \varepsilon e^{\alpha x}. \quad (2.3)$$

Nun gilt nach der Diffusionstheorie, wenn  $D$  den Diffusionskoeffizienten und  $m$  die Dichte der m. A. bedeutet:

$$j_m = -D \cdot \frac{d m}{d x}. \quad (2.4)$$

Somit ergibt sich:

$$D \frac{d^2 m}{d x^2} = -N_k \cdot \varepsilon e^{\alpha x}. \quad (2.5)$$

Jedes an den Elektroden auftreffende m. A. soll als solches vernichtet werden. Dann gilt als Grenzbedingung:

$$m = 0 \quad \text{für} \quad x = 0 \text{ (Kathode)} \quad \text{und} \quad x = L \text{ (Anode)}. \quad (2.6)$$

Es folgt:

$$m = N_k \cdot \frac{\varepsilon}{D \alpha^2} \left[ (e^{\alpha L} - 1) \frac{x}{L} - (e^{\alpha x} - 1) \right]. \quad (2.7)$$

Die Verteilung der m. A. im Beharrungszustand stimmt nach (2.7) keineswegs mit der Verteilung der Elektronen überein [vgl. (2.1) und Fig. 2]. Sie steigt, ausgehend vom Werte Null an der Kathode, zunächst proportional mit der Entfernung von der Kathode an, erreicht ein Maximum in der Nähe der Anode bei  $\left(\frac{x}{L}\right)_{max} = 1 - \frac{\ln L \alpha}{L \alpha} - \frac{e^{-\alpha L}}{L \alpha}$  und sinkt an der Anode selber entsprechend der Grenzbedingung (2.6) wieder auf Null ab (Fig. 2).

Uns interessiert noch der Strom der m. A. zur Kathode:

$$j_{mk} = + D \cdot \frac{dm}{dx}, \quad (2.8)$$

$$|x = 0|.$$

Setzen wir abkürzend:

$$\Gamma_m = \left(\frac{\varepsilon}{\alpha}\right) \cdot \frac{1}{L \alpha} \left[ 1 - \frac{\alpha L}{e^{\alpha L} - 1} \right], \quad (2.9)$$

so ist

$$j_{mk} = \Gamma_m \cdot N_k (e^{\alpha L} - 1). \quad (2.10)$$

Es bedeute  $\zeta_1$  die Wahrscheinlichkeit, mit der ein auftreffendes m. A.

an der Kathode ein Elektron befreit. Es sei ferner  $\zeta_2$  der Bruchteil der ausgelösten Elektronen, der trotz Rückdiffusion die Kathode endgültig verläßt<sup>1)</sup>. Alsdann hat man für die Zahl der vom Feld fortgeführten Elektronen je cm<sup>2</sup> und sec anzuschreiben:

$$\zeta \Gamma_m \cdot N_k (e^{\alpha L} - 1); \quad \zeta = \zeta_1 \cdot \zeta_2. \quad (2.11)$$

Bekanntlich ist bei Oberflächenrückwirkung positiver Ionen (Koeffizient  $\gamma_p$ ) für die Zahl der Rückwirkungselektronen je cm<sup>2</sup> und sec zu setzen:

$$\gamma_p \cdot N_k (e^{\alpha L} - 1). \quad (2.12)$$

<sup>1)</sup> Auch die Rückdiffusion gibt bei wachsender Raumladung Anlaß zu quadratischen Eigenregungen und führt so zu den bereits erwähnten Durchschlagsgesetzen.

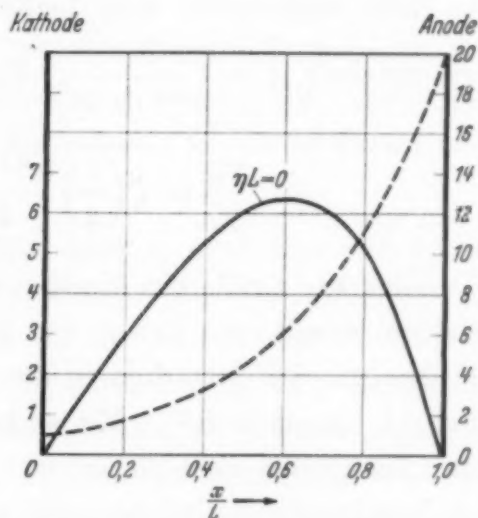


Fig. 2. — Verteilung der metastabilen Atome. --- Verteilung der Elektronen. Keine Vernichtung der metastabilen Atome im Gas.  $\eta L = 0$ .

Der Vergleich von (2.11) und (2.12) lehrt, daß

$$\gamma_m = \zeta \Gamma_m = \zeta \cdot \left(\frac{\varepsilon}{\alpha}\right) \frac{1}{L\alpha} \left[1 - \frac{\alpha L}{(e^{\alpha L} - 1)}\right] \quad (2.13)$$

den Koeffizienten der metastabilen Rückwirkung bedeutet.

Wir merken uns für das Folgende noch die Beziehung:

$$\gamma_m = \frac{\zeta \cdot j_{mk}}{N_k (e^{\alpha L} - 1)}. \quad (2.14)$$

Die Formeln des vorliegenden Abschnitts kommen nur für hohe  $E/p$ -Werte in Betracht, also für das Durchschlagsminimum und seine nähere Umgebung (vgl. Abschnitt 3).

Wir vergleichen den metastabilen Rückwirkungskoeffizienten mit dem totalen:  $\gamma_t = \frac{1}{(e^{\alpha L} - 1)}$ . Man erhält:

$$\frac{\gamma_m}{\gamma_t} = \zeta \left(\frac{\varepsilon}{\alpha}\right) \frac{(e^{\alpha L} - 1)}{L\alpha} \left[1 - \frac{\alpha L}{(e^{\alpha L} - 1)}\right]. \quad (2.15)$$

Über die Größe des Koeffizienten  $\zeta_2$  der Rückdiffusion sind wir hinreichend durch eine Arbeit von Bradbury<sup>1)</sup> unterrichtet. Hiernach ist bei den hohen Feldstärken in der Nähe des Durchschlagsminimums  $\zeta_2$  zu etwa  $1/2$  anzusetzen<sup>2)</sup>. Mit sinkender Feldstärke sinkt auch  $\zeta_2$  ab und kann bei kleinen Feldstärken sehr kleine Werte erreichen. Auch der Wert des Anregungsverhältnisses ( $\varepsilon/\alpha$ ) ist hinreichend bekannt. Für Neon wird man bei der hier in Betracht kommenden hohen Feldstärke ( $\varepsilon/\alpha \sim 1$ ) ansetzen können<sup>3)</sup>.

Aber bei der Wahrscheinlichkeit  $\zeta_1$ , mit der ein m. A. ein Elektron aus der Kathode befreit, läßt unsere Kenntnis sehr zu wünschen übrig. Zu ihrer Bestimmung müßte man durch den Versuch die Zahl der auftretenden m. A. und die Zahl der entweichenden Elektronen messen und miteinander vergleichen. Eine solche unmittelbare Bestimmung liegt bis

<sup>1)</sup> E. Bradbury, Phys. Rev. **40**, 982, 1932. — <sup>2)</sup> Die Ergebnisse Bradburys beziehen sich auf  $N_2$  und  $H_2$ . A. A. Kruithoff und F. M. Penning haben ein ähnliches Ergebnis bei Neon erzielt (Physica **4**, 438, Fig. 4, 1937), wenn auch bei ihnen die Angaben für eine zahlenmäßige Berechnung von  $\zeta_2$  nicht ausreichen. — <sup>3)</sup> Vgl. W. Rogowski, ZS. f. Phys. **114**, 1, 1939. Dasselbst weiteres Schrifttum. Es kommt nicht allein die direkte Anregung einer metastabilen Energiestufe in Betracht, sondern auch ihre Auffüllung von höheren Energiestufen her (vgl. F. M. Penning, Physica **1**, 1039, 1934).



auf den heutigen Tag nicht vor. Alle zahlenmäßigen Angaben über  $\zeta_1$  sind daher auf indirektem Wege gewonnen worden. Nach Oliphant <sup>1)</sup>, v. Engel und Steenbeck <sup>2)</sup> soll  $\zeta_1$  ungefähr gleich 1 zu setzen sein. Dagegen schätzt Pike <sup>3)</sup> für Neon (Eisenelektroden)  $\zeta_1$  kleiner als  $\frac{1}{200}$ ; Kenty wiederum gibt für Neon  $\zeta_1 < 0,2$  an <sup>4)</sup>. Dorrestein und Smit <sup>5)</sup> finden auf Grund sorgfältiger und eingehend diskutierter Versuche bei Helium und Platin-elektroden  $\zeta_1 > 0,1$ .

Der Wert  $\zeta_1 = 1$  scheidet nach unserer Rechnung aus. Denn mit ihm würde sich  $\gamma_m/\gamma_t$  [nach (2. 15)] für Neon zu rund 2,7 ergeben, während wir notwendigerweise auf Werte kleiner als 1 stoßen müssen. Die Kentysche Angabe  $\zeta_1 < 0,2$  ( $\zeta < 0,1$ ) hat  $\gamma_m/\gamma_t < 0,6$  zur Folge. Sie würde also der metastabilen Rückwirkung bis zu 60 % der totalen Rückwirkung einräumen. Der Pikesche Wert  $\zeta_1 < 1/200$  drückt die metastabile Rückwirkung auf die Größe ungefähr eines Prozentes herab. Es beweisen aber die Versuche von Paetow <sup>5)</sup> über beobachtete metastabile Nachströme nach Abschalten einer Entladung, daß die metastabile Rückwirkung nicht unbedeutend sein kann <sup>6)</sup>.

Angesichts der lückenhaften Kenntnis über  $\zeta_1$  muß man sich fragen, ob nicht unsere Betrachtung über metastabile Oberflächenrückwirkung verfrüht ist. Wir gewinnen indessen mit ihr den Vorteil, daß wir über die Abhängigkeit der metastabilen Oberflächenrückwirkung vom Druck und Elektrodenabstand unterrichtet werden; sie tragen so vielleicht dazu bei, die experimentelle Bestimmung von  $\zeta_1$  zu fördern. Schließlich wird sich die erforderliche Diskussion über die Verteilung der m. A. für die Behandlung der im Abschnitt 5 und folgenden aufgeworfenen Fragen als unerläßliche Vorarbeit erweisen.

Zu je höheren Spannungen man im ausgesprochenen *Nahdurchschlagsgebiet* vordringt, um so mehr wächst bekanntlich die Rückwirkung durch positive Ionen an. Dementsprechend muß die Schlagweite  $L$  und  $\alpha L$  immer kleiner werden. Entwickelt man (2. 10) für kleine Werte  $\alpha L$ , so erhält man:

$$j_{mk} = N_k \cdot \frac{\varepsilon L}{2}. \quad (2. 16)$$

<sup>1)</sup> M. L. E. Oliphant, Proc. Roy. Soc. London (A) **124**, 229, 1929, s. bes. S. 236. — <sup>2)</sup> A. v. Engel u. M. Steenbeck, Elektr. Gasentladungen, Bd. I, S. 138. — <sup>3)</sup> E. W. Pike, Phys. Rev. **40**, 314, 1932. — <sup>4)</sup> C. Kenty, Phys. Rev. **43**, 181, 1933; insbesondere S. 188. — <sup>5)</sup> R. Dorrestein u. J. A. Smit, Koninkl. Nederland. Acad. v. Wetensch. Proceading **51**, 730, 1938. — <sup>6)</sup> H. Paetow, ZS. f. Phys. **111**, 770, 1939.

Physikalisch heißt dies: Es werden von einem ausgehenden Elektron  $\varepsilon L$  metastabile Atome (gleichmäßig verteilt) erzeugt, von denen die Hälfte auf die Kathode auffällt. Für das Verhältnis  $\gamma_m/\gamma_t$  erhält man nach (2. 15):

$$\frac{\gamma_m}{\gamma_t} = \zeta \cdot \frac{\varepsilon L}{2}. \quad (2. 17)$$

Es muß, da  $\varepsilon$  einen gewissen Maximalwert nicht überschreiten kann und  $L$  im Nahdurchschlagsgebiet abnimmt (vgl. oben), immer kleiner werden. Wenn wir daher vom Durchschlagsminimum in das Nahdurchschlagsgebiet vordringen, so geht die metastabile Rückwirkung zurück.

Unsere Folgerungen werden qualitativ bestätigt durch eine Arbeit von Reichrudel und Spiwak<sup>1)</sup>. Diese Forscher beleuchteten einen schmalen streifenförmigen Ausschnitt einer Neon-Glimmentladung mit dem Lichte einer Neonlampe und beobachteten die nach Penning hierbei eintretende Erhöhung der Brennspannung. Je nach der Lage des beleuchteten Streifens war diese Erhöhung eine verschiedene. Auf dieser Grundlage erhalten Reichrudel und Spiwak einen Anhalt über die Verteilung der m. A. Ihr Ergebnis (vgl. insbesondere Fig. 10 ihrer Arbeit, S. 138 a. a. O.) stimmt weitgehend mit unserer Fig. 2 überein. Auch haben Reichrudel und Spiwak das Zurücktreteten der metastabilen Rückwirkung im anomalen Bereich der Glimmentladung beobachtet, was sich mit unserer Aussage über das Absinken der metastabilen Rückwirkung im Nahdurchschlagsgebiet deckt.

Der Rückwirkungskoeffizient  $\gamma_m$  erweist sich nach (2. 13) als unabhängig von Diffusionskoeffizienten. Dies begründet sich folgendermaßen: Mit  $D = 0$  würde die Dichte  $m$  ins Unendliche steigen, da die m. A. ohne Diffusion nach den Elektroden nicht abfließen können und ihre Vernichtung im Gas in diesem Abschnitt vernachlässigt wird. Ist  $D$  klein, dann liegen die Dichten sehr hoch [vgl. (2. 7)] und wachsen umgekehrt proportional  $D$  an. Je kleiner  $D$  ist, desto länger dauert es natürlich auch, bis sich der Beharrungszustand einstellt. Der Materiestrom zur Kathode ist aber wieder proportional  $D$  [vgl. (2. 8)]. Infolgedessen erweist sich unter den gemachten Voraussetzungen der Strom m. A. zur Kathode als unabhängig von Diffusionskoeffizienten.

3. *Verteilung und Oberflächenrückwirkung metastabiler Atome. Beliebiger Elektrodenabstand. Allgemeine Lösung.* Will man den Geltungsbereich der Ergebnisse des vorigen Abschnitts abschätzen, so muß man auch die *Vernichtung* der m. A. im *Gasraum* berücksichtigen. Dies muß man erst recht bei größerem Elektrodenabstand tun.

<sup>1)</sup> Vgl. auch E. Reichrudel u. G. Spiwak, ZS. Phys. Sowjet. **10**, 121, 1936.

Ein metastabiles Teilchen mache in der Sekunde  $Z$  Stöße gegen unangeregte Neonatome. Es führe ein gewisser Bruchteil  $\sigma$  hiervon zur Vernichtung. In dem in Fig. 1 herausgezeichneten Volumenteil  $1 \cdot \Delta x$  liegen die metastabilen Atome  $m \cdot \Delta x$ . In der Zeit  $\Delta t$  führen sie  $Zm \cdot \Delta x \cdot \Delta t$  Stöße aus. Es werden somit  $\sigma \cdot Zm \cdot \Delta x \cdot \Delta t$  metastabile Atome in der Zeit  $\Delta t$  vernichtet. Hierbei haben wir die Zahl der m. A. als klein gegen die Zahl der Atome im Grundzustand angesehen<sup>1)</sup>. Somit beträgt der Gesamtverlust [vgl. (2. 2)]:

$$\left( \frac{dj_m}{dx} + \sigma Z m \right) \Delta x \cdot \Delta t. \quad (3.1)$$

Es besteht die Gleichgewichtsbedingung [vgl. (2. 1) und (2. 3)]:

$$\frac{dj_m}{dx} + k m = N_k \varepsilon \cdot e^{\alpha x}, \quad (3.2)$$

$$k = \sigma Z. \quad (3.3)$$

Bekanntlich steht  $k$  mit der Lebensdauer  $T$  der m. A. in der Beziehung:

$$k = \frac{1}{T}. \quad (3.4)$$

Wir ersetzen  $\frac{dj_m}{dx}$  durch  $-D \frac{d^2 m}{dx^2}$  und erhalten:

$$-D \cdot \frac{d^2 m}{dx^2} + k m = N_k \varepsilon e^{\alpha x}. \quad (3.5)$$

Als Grenzbedingungen haben wir wieder die Forderungen (2. 6) zu erfüllen: Im folgenden erweist sich als wichtig die Größe

$$\eta = \sqrt{\frac{k}{D}}. \quad (3.6)$$

Die Lösung von (3. 5) nimmt mit ihr die Form an<sup>2)</sup>

$$m = N_k \cdot \frac{\varepsilon}{D(\alpha^2 - \eta^2)} \cdot \left[ e^{\alpha L} \frac{\sin \eta x}{\sin \eta L} + \frac{\sin \{\eta(L-x)\}}{\sin \eta L} - e^{\alpha x} \right]. \quad (3.7)$$

Die Größe  $\eta$  hat dieselbe Dimension wie der Ionisierungskoeffizient  $\alpha$ . Wir bezeichnen die Werte, die sich auf den Druck von 1 Torr beziehen, durch den Index Null. Dann ist

$$\eta_0 = \frac{\eta}{p} = \sqrt{\frac{k_0}{D_0}} \quad (3.8)$$

<sup>1)</sup> Vgl. auch Abschnitt 6, wo wir die Stöße der m. A. unter sich gesondert betrachten. — <sup>2)</sup> Ähnliche Diffusionsprobleme sind in den folgenden Arbeiten behandelt: H. B. Dorgelo u. P. P. K. Washington, Proc. Amsterd. **30**, 33, 1927; K. W. Meissner u. W. Graffunder, Ann. d. Phys. **84**, 1009, 1927; W. Zemansky, Phys. Rev. **34**, 213, 1929; E. W. Pike, ebenda **40**, 314, 1932.

eine reine Gaskonstante. Dagegen hängt die Größe  $\alpha/p$  bekanntlich nicht nur vom Gas, sondern auch noch von der Feldstärke ab.

Es sei  $w$  die Geschwindigkeit des m. A.,  $\lambda_0$  die mittlere freie Weglänge bei 1 Torr. Dann gilt:

$$Z_0 = \frac{w}{\lambda_0}; \quad k_0 = \sigma \cdot \frac{w}{\lambda_0}; \quad D_0 = \frac{w \lambda_0}{3}. \quad (3.9)$$

Somit erhält man:

$$\eta_0 = \frac{\sqrt{3}\sigma}{\lambda_0}. \quad (3.10)$$

Da  $\sigma$  ein kleiner Bruchteil ist von der Größe  $10^{-5}$  bis  $10^{-4}$  (vgl. unten), so beträgt  $\eta_0$  nur einen kleinen Bruchteil von  $1/\lambda_0$ .

Andererseits hat der Maximalwert von  $\alpha/p$  in roher Näherung den Wert:

$$\frac{1}{\lambda_0 4 \sqrt{2}}. \quad (3.11)$$

Es ist somit

$$\frac{\eta_0}{(\alpha/p)_{\max}} = 4 \sqrt{6\sigma} \sim \frac{1}{10}. \quad (3.12)$$

Bei sehr hohen Feldstärken (bei sehr kleinen Elektrodenabständen) übertrifft daher  $\alpha/p$  den Wert von  $\eta/p$  erheblich. Sinkt die Feldstärke etwa auf die Feldstärke des Durchschlagsminimums ab, so liegt immer noch  $\alpha/p$  höher als  $\eta/p$ . Etwa im Gebiete der Wendetangente werden  $\alpha/p$  und  $\eta/p$  gleich groß. Bei sehr kleinen Feldstärken (große Elektrodenabstände) übertrifft umgekehrt  $\eta/p$  sehr stark den Wert von  $\alpha/p$ . Bei  $\sigma = 1$ , also bei sehr kurzlebigen Lawinenprodukten (angeregte, nicht metastabile Energiestufen), würde  $\eta/p$  in allen Fällen den Wert  $\alpha/p$  weit übertreffen.

Für Neon gelten folgende Werte:  $w = 5,35 \cdot 10^4$  cm/sec;  $\lambda_{760} = 1,994 \cdot 10^{-5}$  cm (vgl. Landolt-Börnstein, 4. Auflage, 1912, S. 1143)<sup>1)</sup>. Es ist somit  $\lambda_0 = 1,52 \cdot 10^{-2}$  cm. Hieraus folgt:  $Z_0 = w/\lambda_0 = 3,52 \cdot 10^6$  sec<sup>-1</sup>;  $D_0 = 273$  cm<sup>2</sup>/sec.

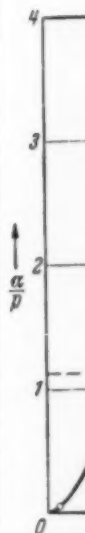
Der Wert von  $\sigma$  wird verschieden angegeben:

Dorgelo und Washington <sup>2)</sup> .....	$\sigma = 1,6 \cdot 10^{-5}$ ;
Meissner und Graffunder <sup>2)</sup> .....	$\sigma = 1,5 \cdot 10^{-4}$ ;
Zemansky <sup>2)</sup> .....	$\sigma = 2,2 \cdot 10^{-4}$ .

Wir rechnen mit dem Wert  $\sigma = 10^{-4}$ . Dann ist

$$\eta/p = \eta_0 = 1,1 \text{ cm}^{-1}.$$

<sup>1)</sup> Wir behalten diese für den Grundzustand gültigen Werte zur rohen Abschätzung auch für den angeregten Zustand bei. — <sup>2)</sup> a. a. O.





Wir haben diesen Wert in die Ionisierungskurve für Neon in Fig. 3 eingetragen, aus dem nunmehr anschaulich das gegenseitige Größenverhältnis hervorgeht.

4. Grenzfälle. Erster Grenzfall: Hohe  $E/p$ - und hohe  $\alpha/p$ -Werte. Umgebung des Durchschlagsminimums. Dieser Grenzfall wird die im Abschnitt 3 vorgenommenen Vereinfachungen rechtfertigen. Mit der Funktion

$$F(z) = \frac{\sin z}{z} = 1 + \frac{z^2}{3!} + \frac{z^4}{5!} \dots \quad (4.1)$$

können wir schreiben:

$$m = N_k \cdot \frac{\varepsilon}{D(\alpha^2 - \eta^2)} \left[ \frac{e^{\alpha L} \cdot F(\eta x) - F(\eta(L-x))}{F(\eta L)} \cdot \frac{x}{L} - \left( e^{\alpha x} - \frac{F(\eta(L-x))}{F(\eta L)} \right) \right] \quad (4.2)$$

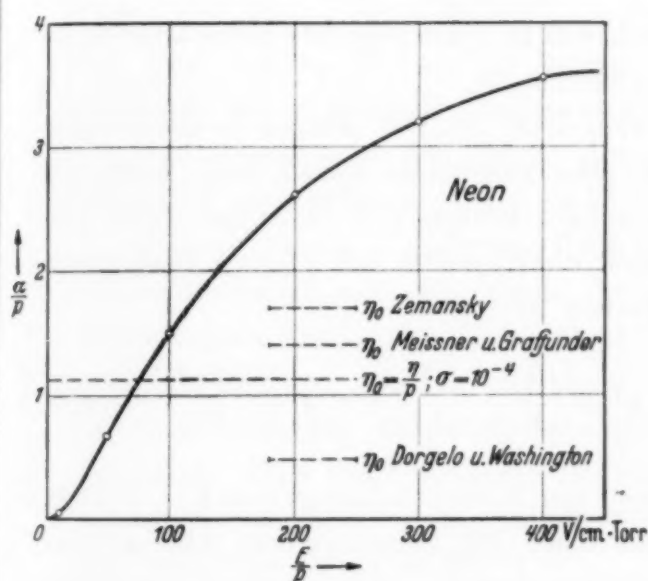


Fig. 3.

Ionisierungskurve für Neon und  $\eta_0$ -Werte.

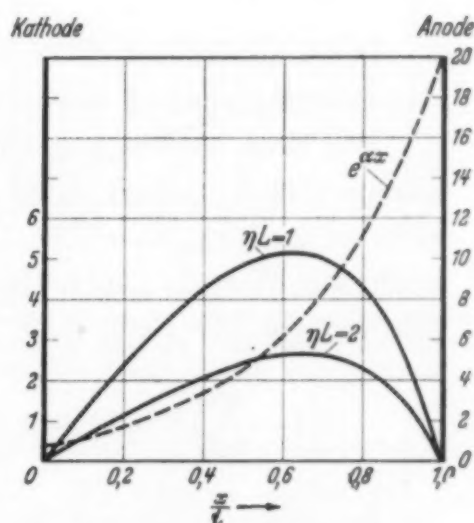


Fig. 4. — Verteilung der metastabilen Atome. --- Verteilung der Elektronen. Wachsende Vernichtung der metastabilen Atome im Gas.  $\eta L = 1$ ;  $\eta L = 2$ .

Die Funktion  $F(z)$  konvergiert sehr rasch für kleine Werte des Arguments, so daß wir sie durch  $1 + z^2/6$  ersetzen können. Ist daher  $\eta^2 L^2/6$  klein gegen 1, was noch für  $\eta L = 1$  der Fall ist, so kommen wir praktisch auf den in Abschnitt 2 behandelten Sonderfall zurück.

In Fig. 4 ist für  $\eta L = 1$  und  $\eta L = 2$  (dies bedeutet bei Neon für  $\alpha = 3\eta$  und  $\alpha = 3/2\eta$ ) der Wert der eckigen Klammer (4.2) aufgetragen worden. Das Bild soll den Charakter der Verteilungen veranschaulichen. Es zeigen sich noch keine besonderen Unterschiede gegenüber Fig. 2. Die Werte der eckigen Klammer sinken mit wachsendem Werte  $\eta L$ . Aber nicht rasch.

Wir berechnen die Strömung m. A. zur Kathode  $j_{mk}$  [vgl. (2. 8)] und setzen abkürzend:

$$c = \frac{1}{\left(1 - \frac{\eta^2}{\alpha^2}\right) F(\eta L)} \cdot \left[1 - \frac{\alpha L \{F(\eta L) - 1\} - 1 + \text{Co}f(\eta L)}{e^{\alpha L} - \alpha L - 1}\right]. \quad (4.3)$$

Hiermit wird:

$$j_{mk} = N_k \cdot (e^{\alpha L} - 1) \left(\frac{\varepsilon}{\alpha}\right) \frac{1}{L\alpha} \left[1 - \frac{\alpha L}{e^{\alpha L} - 1}\right] c. \quad (4.4)$$

Für den Koeffizienten der metastabilen Rückwirkung erhält man nunmehr:

$$\gamma_m = \zeta \cdot \left(\frac{\varepsilon}{\alpha}\right) \frac{1}{L\alpha} \left[1 - \frac{\alpha L}{e^{\alpha L} - 1}\right] \cdot c. \quad (4.5)$$

Der Vergleich mit (2. 13) lehrt, daß in  $c$  der gesuchte Korrekturfaktor gegenüber Abschnitt 2 gewonnen worden ist.

Für Neon hat  $e^{\alpha L}$  ungefähr den Wert 20. Der Nenner in der eckigen Klammer (4. 3) beträgt daher 16. Der zugehörige Zähler liegt, wenn  $\eta L$  nicht zu groß ist, bei  $\eta^2 L^2$ . Die eckige Klammer in (4. 3) hat somit ungefähr den Wert  $1 - \eta^2 L^2/16$  und weicht selbst bei  $\eta L = 2$  noch nicht sehr viel von der Einheit ab. Ferner ist:

$$\left(1 - \frac{\eta^2}{\alpha^2}\right) F(\eta L) \sim 1 + \eta^2 L^2 \left(\frac{1}{6} - \frac{1}{\alpha^2 L^2}\right) = 1 + \frac{\eta^2 L^2}{18}. \quad (4.6)$$

Im ganzen ergibt sich für Neon ein Korrekturfaktor  $c = 1 - \eta^2 L^2/9$ . Er beträgt selbst für  $\eta L = 2$  nur 0,56. Mit zunehmendem Abstand der Elektroden oder mit höherer Gasdichte nimmt somit die metastabile Oberflächenrückwirkung ab, aber solange nicht  $\eta L$  etwa den Wert 2 überschreitet, nur langsam. Für Übersichtsrechnungen kann in diesem ganzen Gebiet von den einfachen Formeln des Abschnitts 2 Gebrauch gemacht werden.

*Zweiter Grenzfall. Mittleres Weitdurchschlagsgebiet. Gleiche Werte von  $\alpha$  und  $\eta$ .* Lassen wir die Feldstärke sinken und rücken wir dabei, vom Durchschlagsminimum ausgehend, immer mehr in das Weitdurchschlagsgebiet hinein, so wird  $\alpha$  immer kleiner und es muß schließlich  $\alpha = \eta$  werden. In diesem Falle versagt unsere allgemeine Lösung (3. 7), weil der Nenner (und auch der Zähler) Null wird. Wir setzen daher

$$\alpha = \eta + \omega, \quad (4.7)$$

wo  $\omega$  eine kleine Größe sein soll. Wir entwickeln (3.7) nach  $\omega$  und gehen zur Grenze  $\omega = 0$  über. Vernachlässigen wir noch, was in diesem Falle erlaubt ist,  $e^{-2\eta L}$  gegen 1, so erhält man:

$$m = N_k \cdot \frac{\varepsilon L}{2D\eta} \cdot \left[ \left(1 - \frac{x}{L}\right) e^{\eta x} - e^{-\eta x} \right]. \quad (4.8)$$

In Fig. 5 haben wir den Verlauf der Verteilung der m. A. (den Wert der eckigen Klammer) für diesen Fall gezeichnet. Auch jetzt sind noch keine wesentlichen Unterschiede gegenüber den früheren Verteilungen (Fig. 2 und 4) festzustellen.

Auf dieselbe Weise wie früher erhalten wir:

$$\frac{\gamma_m}{\gamma_t} = \zeta \cdot \left(\frac{\varepsilon}{\alpha}\right) L \alpha \left[1 - \frac{1}{2L\alpha}\right]. \quad (4.9)$$

Für Neon ( $\alpha L \sim 3$ ) ist für diesen Grenzfall, wie man leicht nachweist,  $\gamma_m/\gamma_t$  annähernd auf die Hälfte des Wertes (2.15) gesunken.

**Dritter Grenzfall.** Äußerstes Weitdurchschlagsgebiet  $\alpha < \eta$ . Wenn die Elektrodenabstände (oder Gasdichten) groß werden, so wächst die Zahl der Zusammenstöße und muß naturgemäß die metastabile Rückwirkung abnehmen. Dies lehrt auch die Rechnung. Wir können wieder auf die Lösung (3.7) zurückgreifen. Nur ist es zweckmäßig, in Zähler und Nenner das Vorzeichen zu wechseln:

$$m = N_k \cdot \frac{\varepsilon}{D(\eta^2 - \alpha^2)} \cdot \left[ e^{\alpha x} - e^{\alpha L} \frac{\sin \eta x}{\sin \eta L} - \frac{\sin \eta(L-x)}{\sin \eta L} \right]. \quad (4.10)$$

Für  $x = 0$  (Kathode) verschwindet das zweite Glied der Klammer. Das erste und dritte Glied heben sich alsdann gegenseitig auf. Für  $x = L$  (Anode) wird das letzte Glied Null und es heben sich das erste und zweite Glied gegenseitig auf. So wird den Grenzbedingungen (2.6) Rechnung getragen.

Ist  $\eta L$  nur mäßig groß gegen  $\alpha L$ , so ähnelt die Verteilung der m. A. immer noch den bereits in den früheren Abschnitten beschriebenen. Dies zeigt Fig. 6, wo wir den Wert der eckigen Klammer (4.10) für  $\eta L = 5$ ,  $\alpha L = 3$ ;  $\eta = \alpha^{5/3}$  aufgetragen haben.

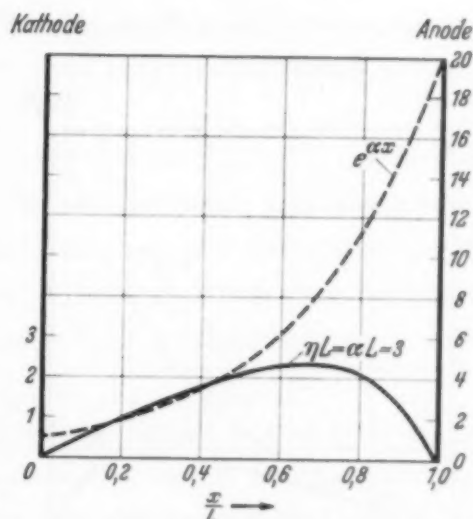


Fig. 5. — Verteilung der metastabilen Atome. --- Verteilung der Elektronen. Weiter wachsende Vernichtung der metastabilen Atome im Gas.  $\eta L = \alpha L = 3$ .

Ist dagegen  $\eta L$  sehr groß, so hat das Glied  $e^{\alpha L} \frac{\sin \eta x}{\sin \eta L}$  nur in der Nähe der Anode Bedeutung, während das Glied  $\frac{\sin \eta (L-x)}{\sin \eta L}$  nur in der Nähe der Kathode Werte von Belang annimmt. Die Verteilung der m. A. ist dann so, daß sie bis auf die nähere Umgebung von Kathode und Anode der Funktion  $e^{\alpha x}$  folgt. Physikalisch heißt dies, daß dann die Diffusion nur noch in der Nähe der Elektroden Bedeutung hat. Ihre Wirkung tritt in den mittleren Teilen der Funkenstrecke zurück. Dies zeigt Fig. 7.

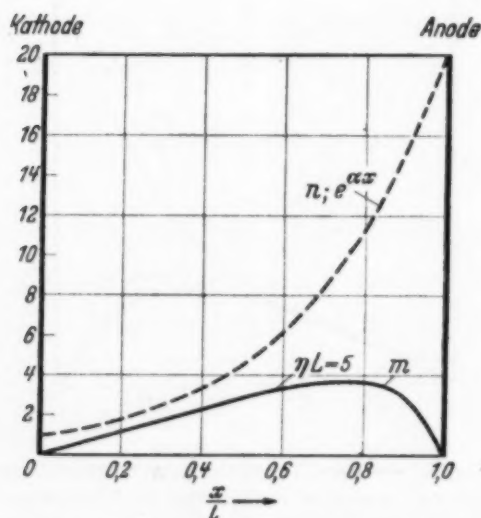


Fig. 6. — Verteilung der metastabilen Atome. --- Verteilung der Elektronen. Starke Vernichtung der metastabilen Atome im Gas.  $\eta L = 5$ .

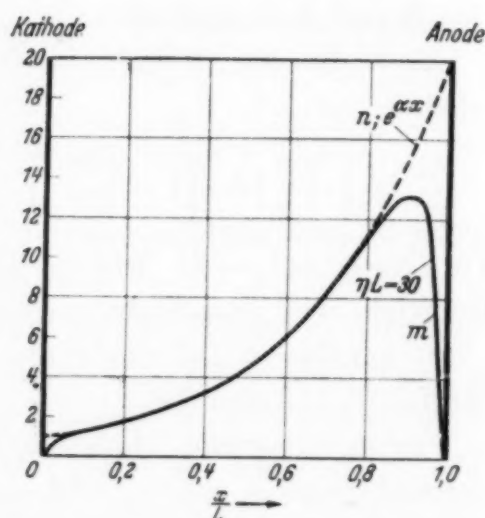


Fig. 7. — Verteilung der metastabilen Atome. --- Verteilung der Elektronen. Sehr starke Vernichtung der metastabilen Atome im Gas.  $\eta L = 30$ .

Der Vergleich der Fig. 2, 4, 5, 6 und 7 zeigt sinnfällig, wie die Verteilung der metastabilen Atome mit wachsendem Werte  $\eta L$  sich allmählich immer mehr der Verteilung der Elektronen nähert, sie aber nie erreicht.

Mit Streichung von  $e^{-\eta L}$  gegen 1 gilt:

$$\frac{\gamma_m}{\gamma_t} = \zeta \cdot \frac{\varepsilon}{\eta \left(1 - \frac{\alpha}{\eta}\right)} \left[ 1 - \frac{2 e^{-L(\eta - \alpha)}}{\left(1 + \frac{\alpha}{\eta}\right)} \right]. \quad (4.11)$$

Der Wert der in eckiger Klammer eingeschlossenen Ausdrücke liegt nahe bei 1. Es ergibt sich also in erster Näherung  $\frac{\gamma_m}{\gamma_t} = \zeta \cdot \frac{\varepsilon}{\eta}$ . Je weiter wir (konstanter Gasdruck vorausgesetzt) in das Weitdurchschlagsgebiet hinein vordringen, um so mehr nimmt die Feldstärke und mit ihr  $\varepsilon$  und  $\zeta$  ab<sup>1)</sup>. Dagegen bleibt  $\eta$  konstant. Der Beitrag der metastabilen Rück-

<sup>1)</sup>  $\zeta_2$  wird kleiner; vgl. Abschnitt 2.



wirkung im Vergleich zur gesamten Rückwirkung muß daher, im Einklang mit unserer obigen physikalischen Überlegung, immer mehr zurückgehen, je weiter wir in das Weitdurchschlagsgebiet hereinkommen.

Das gilt nicht nur für die Edelgase Neon und Argon, bei denen sich in einem weiten Feldstärkenbereich  $e^{\alpha L}$  als praktisch konstant erweist sondern auch für Molekulgase, wo bekanntlich  $e^{\alpha L}$  beim Durchschlag mit dem Elektronenabstand stark wächst. Denn nach Fig. 7 ist es in diesem Grenzfall ziemlich gleichgültig, wieviel an m. A. an der Anode erzeugt wird. Die auf die Kathode auftreffenden m. A. werden in ihrer unmittelbaren Nachbarschaft gebildet und deren Zahl sinkt naturgemäß mit der Feldstärke ab.

Wir sind nun in der Lage, die metastabile Rückwirkung in ihrem Verhältnis zur Gesamtrückwirkung in Abhängigkeit von Druck und Elektrodenabstand zu übersehen: Sie erreicht ein Maximum in der Nähe des Durchschlagsminimums. Von da ab sinkt sie sowohl nach dem Nah- wie nach dem Weitdurchschlagsgebiet ab. Im extremen Weitdurchschlagsgebiet tritt sie so gut wie ganz zurück<sup>1)</sup>.

*5. Oberflächenrückwirkung durch metastabile Atome und Durchschlags-senkung.* Nach den vorigen Abschnitten muß bei Gasen mit metastabilen Energiestufen ein gewisser Bruchteil der Oberflächenrückwirkung metastabilen Ursprungs sein. Dies trifft besonders für die Umgebung des Durchschlagsminimums zu. Ist dem so, so müssen Raumladung und Feldverzerrung zu quadratischen Eigeneregungen Anlaß geben. Denn durch die Feldverzerrung wird anfänglich die Anregung verstärkt und dies führt, wie früher allgemein nachgewiesen worden ist<sup>2)</sup> zu quadratischen Eigeneregungen und daher zu den am Schluß des Abschnittes 6 aufgeführten Durchschlagsgesetzen.

*6. Räumliche Rückwirkung durch metastabile Atome. Quadratische Eigeneregungen. Durchschlagsgesetze.* Wenn zwei m. A. zusammenstoßen, so können sie zu einer Ionisierung Anlaß geben und ein Elektron befreien<sup>3)</sup>. Dies ist nach unserer Auffassung ein ganz ähnlicher Vorgang, wie die viel diskutierte Ionisierung eines Gases durch positive Ionen (vgl. Abschnitt 2). Wir werden uns im folgenden auf den Standpunkt stellen,

<sup>1)</sup> F. M. Penning hat (Physica **5**, 203, 1938) eine Erhöhung des  $\gamma$ -Wertes bei kleinen Feldstärken für Neon festgestellt und hierfür entweder Photoeffekt oder metastabile Rückwirkung verantwortlich gemacht. Nach unseren Ergebnissen tritt in diesem Gebiet die metastabile Rückwirkung zurück und kommt daher als Erklärungsursache des Anstiegs von  $\gamma$  bei kleinen Feldstärken nicht in Frage. — <sup>2)</sup> W. Rogowski, ZS. f. Phys. **114**, 1, 1939. — <sup>3)</sup> R. Schade, a. a. O.

daß ionisierende Stöße der m. A. unter sich *Anfangselektronen einer räumlich verteilten Rückwirkung* schaffen. Die von diesen Anfangselektronen ausgehenden Elektronenlawinen sollen nach unserer Ansicht gemäß dem *alten Townsendschen Ansatz* wachsen, genau wie dies bei der Rückwirkung positiver Ionen der Fall ist. Wir werden zeigen, daß diese räumliche Rückwirkung *metastabilen Ursprungs quadratische Eigenenerregungen* hervorruft und so zu den Durchschlagsgesetzen von Rogowski, Fucks und Wallraff führt.

Die Raumdichte der m. A. sei wieder  $m$ . Dagegen sei  $n$  die Zahl der Elektronen je  $\text{cm}^2 \cdot \text{sec}$ . In dem in Fig. 1 gezeichneten Volumenelement  $\Delta x \cdot 1$  ist für die Neubildung an metastabilen Atomen in der Zeit  $\Delta t$  anzusetzen:  $\varepsilon \cdot n \cdot \Delta x \cdot \Delta t$ . Der Verlust hat die bereits (3.1) angegebenen Größen<sup>1)</sup>. Hieraus folgt die Forderung:

$$-D \frac{d^2 m}{dx^2} + km = \varepsilon n. \quad (6.1)$$

Diese Gleichung müssen wir mit der Ionisierungsgleichung zusammenstellen, die zum Ausdruck zu bringen hat, daß die Elektronenzahl  $n$  sowohl durch Stoßionisierung wächst ( $\Delta n = \alpha \cdot n \cdot \Delta x$ ; alter Townsendscher Ansatz) als auch durch die von uns angenommene räumliche metastabile Rückwirkung.

Ist  $g$  die Gesamtzahl der Atome (einschließlich der metastabilen) im  $\text{cm}^3$ , so stößt ein m. A. (vgl. Abschnitt 3) in der Sekunde  $Z \left( \frac{g-m}{g} \right)$ -mal gegen normale und  $Zm/g$ -mal gegen metastabile Atome. In der Sekunde machen  $m$  metastabile Atome der Raumeinheit  $Zm^2/2g$  Stöße unter sich. Der Faktor 2 rührt davon her, daß bei jedem Stoß immer zwei m. A. beteiligt sind. Auf der Strecke  $\Delta x$  (Fig. 1) werden daher  $\frac{Zm^2 \cdot \Delta x}{2g}$  neue Anfangselektronen der räumlichen metastabilen Rückwirkung gebildet, vorausgesetzt, daß jeder Stoß ein Elektron befreit. Es ist aber eine Erfahrungstatsache, daß bei diesen Stößen zweiter Art die Ausbeute um so niedriger ausfällt, je mehr beim Stoßvorgang innere Energie in Translationsenergie umgesetzt wird, während umgekehrt die Ausbeute wächst, wenn sich Anregungsenergie fast wieder vollständig in Anregungsenergie umwandelt<sup>2)</sup>. Aus diesem Grunde müssen wir einen Ausbeutefaktor  $\xi < 1$  einführen und die Zahl der neuen Elektronen zu  $\frac{\xi \cdot Z \cdot m^2 \Delta x}{2g}$  ansetzen.

<sup>1)</sup> Wir setzen die Zahl  $m$  der m. A. als klein gegen die Gesamtzahl der Atome voraus. — <sup>2)</sup> Vgl. z. B. R. Seeliger, Gasentladungen, II. Auflage, S. 70.

$\xi$  bleibt bei unserer heutigen Kenntnis zunächst unbestimmt. Die Zahl  $n$  wächst auf der Strecke  $\Delta x$  an um die Elektronen:

$$\Delta n = \left( \alpha n + \xi \cdot \frac{Z}{2g} m^2 \right) \Delta x. \quad (6.2)$$

Wird gesetzt:

$$z = \xi \cdot \frac{Z}{2g}, \quad (6.3)$$

so erhält man für den Anstieg der Elektronenzahl  $n$ :

$$\frac{dn}{dx} = \alpha n + z m^2. \quad (6.4)$$

Die Gleichungen (6.1) und (6.4) sind miteinander gekoppelt und es ist  $z$  die eine Koppelkonstante. Die rechte Seite von Gleichung (6.4) enthält somit keineswegs ein „reines Elektronenionisierungsgesetz“, sondern eine Mischung von Elektronenionisierung und von einer räumlichen Ionisierung durch Lawinenprodukte.

Es ist nützlich, die Ansätze (6.1) und (6.4) mit denjenigen Ausdrücken zu vergleichen, die bei einer räumlichen Rückwirkung durch positive Ionen erhalten werden.

Ist  $n$  die Zahl der Elektronen (vgl. oben),  $n_+$  entsprechend die Zahl der positiven Ionen, die den Einheitsquerschnitt bei  $x$  in der Sekunde durchwandern, so bestehen bekanntlich folgende Beziehungen ( $i$  Stromdichte,  $q_0$  Elementarquantum):

$$n_+ - \frac{i}{q_0} = -n, \quad (6.5)$$

$$\frac{dn}{dx} = \alpha n + \beta n_+. \quad (6.6)$$

Gleichung (6.5) entspricht der Gleichung (6.1); Gleichung (6.6) der Gleichung (6.4). Hier ist  $\beta$  die Koppelkonstante. Die Verknüpfung von (6.5) und (6.6) ergibt:

$$\frac{dn}{dx} = (\alpha - \beta) n + \frac{\beta i}{q_0} \quad (6.7)$$

und hieraus folgt mit den üblichen Grenzbedingungen die bekannte Formel<sup>1)</sup>:

$$i = \frac{i_0 e^{(\alpha - \beta)L}}{1 - \frac{\beta}{(\alpha - \beta)} (e^{(\alpha - \beta)L} - 1)}. \quad (6.8)$$

<sup>1)</sup> Berücksichtigt man noch eine Oberflächenrückwirkung  $\gamma$ , so lautet die entsprechende Gleichung (vgl. W. Dällenbach, Phys. ZS. **26**, 483, 1925):

$$i = \frac{i_0 \cdot e^{(\alpha - \beta)L}}{1 - \frac{(\beta + \gamma\alpha)}{(\alpha - \beta)} (e^{(\alpha - \beta)L} - 1)}.$$

Der Vergleich lehrt überzeugend, daß tatsächlich unsere Gleichungen (6.1) und (6.4) eine räumlich verteilte Rückwirkung zum Ausdruck bringen und daß jede einzelne Elektronenlawine, die von den Anfangselektronen derselben ausgeht, wie bei der positiven Volumenionisierung nach dem einfachen Townsendschen Ansatz  $dn/dx = \alpha n$  wächst.

Wir lösen (6.1) und (6.4) durch schrittweise Näherung. In erster Näherung setzen wir die Koppelkonstante  $\varkappa = 0$ . Dann folgt aus (6.4), wenn  $N_k$  Elektronen je  $\text{cm}^2 \cdot \text{sec}$  die Kathode verlassen:

$$n = N_k e^{\alpha x}. \quad (6.9)$$

Wir setzen diesen Wert in die Gleichung (6.1) ein und gelangen damit wieder zu der Gleichung (3.5) zurück. Mit der Abkürzung

$$M(x) = e^{\alpha L} \cdot \frac{\sin \eta x}{\sin \eta L} + \frac{\sin \eta (L - x)}{\sin \eta L} - e^{\alpha x} \quad (6.10)$$

ergibt sich [vgl. (3.7)]

$$m = N_k \cdot \frac{\varepsilon}{D(\alpha^2 - \eta^2)} \cdot M(x). \quad (6.11)$$

Nunmehr setzen wir (6.11) in die Gleichung (6.4) ein und erhalten in zweiter Näherung:

$$\frac{dn}{dx} = \left( \alpha + \frac{\varkappa}{n} \cdot \frac{N_k^2 \varepsilon^2}{D^2 (\alpha^2 - \eta^2)^2} \cdot M_{(x)}^2 \right) n. \quad (6.12)$$

Das mit der Koppelkonstanten  $\varkappa$  behaftete Glied stellt eine Korrektur dar. Wir können daselbst  $n$  durch  $N_k e^{\alpha x}$ , den Wert der ersten Näherung, ersetzen. Somit folgt:

$$\frac{dn}{dx} = \left( \alpha + \frac{\varkappa \cdot N_k \cdot \varepsilon^2}{D^2 (\alpha^2 - \eta^2)^2} M_{(x)}^2 \cdot e^{-\alpha x} \right) n. \quad (6.13)$$

Die Elektronenzahl  $n$  wächst also so, als ob an Stelle des konstanten Ionisierungskoeffizienten  $\alpha$  nunmehr der mit  $x$  veränderliche Ionisierungskoeffizient

$$\alpha_t(x) = \alpha + N_k \frac{\varkappa \varepsilon^2 M_{(x)}^2 e^{-\alpha x}}{D^2 (\alpha^2 - \eta^2)^2} \quad (6.14)$$

vorhanden wäre.

Bei  $N_k$  an der Kathode startenden Elektronen ergibt sich

$$n = N_k e^{\int_0^x \alpha_t(x) dx}. \quad (6.15)$$

Wir setzen:

$$\Theta = \frac{\varkappa \cdot \varepsilon^2}{D^2 (\alpha^2 - \eta^2)^2} \int_0^L M_{(x)}^2 e^{-\alpha x} dx. \quad (6.16)$$



Es kommen somit an der *Anode* die Elektronen an

$$n_A = N_k \cdot e^{\alpha L} + N_k \Theta. \quad (6.17)$$

Da das Korrekturglied  $N_k \Theta$  als klein gegen 1 angenommen werden kann, schreiben wir in Näherung:

$$n_A = N_k e^{\alpha L} + N_k^2 \Theta e^{\alpha L}. \quad (6.18)$$

Entsprechend beträgt die Zahl der gebildeten positiven Ionen:

$$n_+ = N_k (e^{\alpha L} - 1) + N_k^2 \Theta e^{\alpha L}. \quad (6.19)$$

Der Inhalt des Ausdrucks (6.17) wird durchsichtiger, wenn wir die Anfangselektronen der räumlichen Rückwirkung auf die Kathode reduzieren<sup>1)</sup>. Es mögen  $z$  Anfangselektronen an der Stelle  $x$  ihren Lauf beginnen. Sie wirken so wie  $z \cdot \frac{e^{\alpha(L-x)}}{e^{\alpha L}} = z \cdot e^{-\alpha x}$  Anfangselektronen, die an der Kathode entspringen. In beiden Fällen kommt die gleiche Anzahl Elektronen  $z e^{\alpha(L-x)}$  an der Anode an. Der Ausdruck

$$z \cdot \int_0^L m^2 e^{-\alpha x} dx = \frac{z \cdot N_k^2 \epsilon^2}{D^2 (\alpha^2 - \eta^2)^2} \int_0^L M_{(x)}^2 e^{-\alpha x} dx = N_k^2 \Theta \quad (6.20)$$

gibt daher die Zahl der auf die Kathode reduzierten Anfangselektronen der räumlichen metastabilen Rückwirkung an.

Gleichung (6.19) besagt somit, daß sich in Näherung die Gesamtzahl der an der Kathode entspringenden ( $N_k$ ) und der auf sie reduzierten ( $N_k^2 \Theta$ ) Rückwirkungselektronen nach dem üblichen Townsendschen Ansatz vermehrt.

Wir stellen nunmehr die Gleichgewichtsbedingung auf und nehmen dabei außer der bisher berücksichtigten räumlichen metastabilen Rückwirkung noch eine Oberflächenrückwirkung  $\gamma$  an der Kathode an, die irgendwie durch positive Ionen, Strahlung oder m. A. zustande kommen möge. Wir erhalten [vgl. (6.19)]<sup>2)</sup>

$$N_0 + \gamma N_k (e^{\alpha L} - 1) + \gamma e^{\alpha L} N_k^2 \Theta = N_k. \quad (6.21)$$

<sup>1)</sup> W. Rogowski u. A. Wallraff, ZS. f. Phys. **108**, 1, 1937. — <sup>2)</sup> Die Gleichung (6.21) gilt für die Vorgänge an der Kathode. Sie begründet sich wie folgt: Es mögen in der Sekunde im Parallelepiped von der Länge  $L$  und dem Einheitsquerschnitt  $n_+$ -Ionen gebildet werden. An der Kathode starten alsdann  $N_0 + \gamma n_+ = N_k$  Elektronen je  $\text{cm}^2 \cdot \text{sec}$ . Hieraus folgt:  $n_+ = \frac{N_k - N_0}{\gamma}$ . Andererseits gilt für  $n_+$  der Ausdruck (6.19). Die Verknüpfung ergibt (6.21).

Wir erweitern mit  $e^{\alpha L} q_0$  und fügen auf beiden Seiten  $N_k^2 e^{\alpha L} \Theta q_0$  hinzu. Dies ergibt:

$$i_0 e^{\alpha L} + i \gamma (e^{\alpha L} - 1) + N_k^2 q_0^2 \frac{e^{2\alpha L} \Theta (1 + \gamma)}{q_0 e^{\alpha L}} = i. \quad (6.22)$$

Das dritte Glied auf der linken Seite von (6.22) bedeutet eine Korrektur. Wir setzen daher in ihm nach dem Ergebnis der ersten Näherung  $N_k e^{\alpha L} q_0 = i$ . Außerdem streichen wir, was erlaubt ist, in der Korrektur  $\gamma$  gegen 1. Dann folgt:

$$\left( i_0 + i \gamma + \frac{i^2 \Theta}{q_0 e^{2\alpha L}} \right) e^{\alpha L} = i(1 + \gamma). \quad (6.23)$$

Links stehen zuerst die Fremderregungen, dann folgen (mit  $\gamma = \text{const}$ ) die proportionalen und schließlich die quadratischen Eigenerrungen. Die Behandlung der quadratischen Gleichung (6.23) mündet nun in bekannte Bahnen ein<sup>1)</sup>. Ich will sie hier nur kurz andeuten. Wir unterscheiden den Durchschlag bei *verschwindender* Bestrahlung ( $i \rightarrow 0$ ; Index Null) und den Durchschlag bei *merklichem Stromdurchgang*. Es mögen zu ersterem die Werte  $E_0, \alpha_0, \gamma_0$  gehören und die Forderung  $\gamma_0 (e^{\alpha_0 L} - 1) = 1$ . Bei merklichem Stromdurchgang stellt sich das Feld an der Kathode auf und es sinkt dabei die durchschnittliche Feldstärke ab. Wir setzen

$$\Delta E = E_0 - E. \quad (6.24)$$

Es empfiehlt sich wieder, die Steigungsverhältnisse zu benutzen<sup>2)</sup>:

$$S_\alpha = \frac{E_0}{\alpha_0} \frac{d\alpha}{dE}; \quad (6.25) \quad S_\gamma = \frac{E_0}{\gamma_0} \frac{d\gamma}{dE}. \quad (6.26)$$

Dann ist

$$e^{\alpha L} = e^{\alpha_0 L} \left[ 1 - L \alpha_0 \cdot S_\alpha \cdot \frac{\Delta E}{E_0} \right]. \quad (6.27)$$

$$\gamma = \gamma_0 \left[ 1 + S_\gamma \frac{\Delta E_k}{E_0} - S_\gamma \cdot \frac{\Delta E}{E_0} \right]. \quad (6.28)$$

$$\gamma \cdot e^{\alpha L} = \gamma_0 e^{\alpha_0 L} \left[ 1 - \frac{\Delta E}{E_0} \left( L \alpha_0 S_\alpha + S_\gamma \right) + \frac{\Delta E_k}{E_0} \cdot S_\gamma \right]. \quad (6.29)$$

Die Erhöhung der Kathodenfeldstärke  $\Delta E_k$  ist naturgemäß proportional dem Strom  $i$ . Somit gilt:

$$\Delta E_k = r i. \quad (6.30)$$

<sup>1)</sup> Zusammenfassende Darstellung und Schrifttumsangabe bei W. Rogowski, ZS. f. Phys. **114**, 1, 1939. — <sup>2)</sup> Vgl. a. a. O.

Der Proportionalitätsfaktor  $r$  hat den Wert <sup>1)</sup>

$$r = \frac{2\pi L}{v_k}, \quad (6.31)$$

$v_k$  Geschwindigkeit der Ionen der Kathode.

In den mit  $i_0$  und  $i^2$  behafteten Gliedern (6.23) ersetzen wir  $e^{\alpha L}$  durch  $e^{\alpha_0 L}$ . Wir führen in Übereinstimmung mit früheren Rechnungen ein:

$$P_0^* = S_\gamma \cdot \frac{r}{E_0} + \frac{\Theta}{q_0 e^{\alpha_0 L}} = P_{0\gamma}^* + P_{0\Theta}^*; \quad P_1^* = L \alpha_0 S_\alpha + S_\gamma. \quad (6.32)$$

$$K_1 = \frac{P_0^*}{P_1^*}; \quad K_2 = \frac{2}{P_1^*} \cdot \sqrt{P_0^* \cdot e^{\alpha_0 L}}. \quad (6.33)$$

Und erhalten:

$$i^2 P_0^* - i \cdot \frac{\Delta E}{E_0} \cdot P_1^* = -i_0 e^{\alpha_0 L}. \quad (6.34)$$

Hiermit haben wir der Form nach ganz die bereits früher<sup>2)</sup> hergeleitete Gleichung erhalten. Sie führt zu den bekannten Durchschlagsgesetzen. Der Unterschied besteht darin, daß der Wert für  $P_0^*$  nunmehr auch die quadratischen Eigenenergien der räumlichen metastabilen Rückwirkung enthält. Selbst für  $S_\gamma = 0$  würde das mit  $\Theta$  behaftete Glied für sich allein genommen zu den Durchschlagsgesetzen führen. Wir führen diese Durchschlagsgesetze nochmals auf:

1. In der Nähe des Durchschlagspunktes ist die Durchschlagscharakteristik ein Stück einer Hyperbel:

$$i = \frac{1}{2K_1} \cdot \frac{\Delta U}{U_0} \pm \frac{K_2}{2K_1} \sqrt{-i_0 + \left(\frac{\Delta U}{U_0 K_2}\right)^2}. \quad (6.35)$$

2. Beim verschwindenden Fremdstrom ( $i_0 \rightarrow 0$ ) fällt die Spannung proportional dem Strom  $i$  ab. Die Charakteristik ist eine der Asymptoten der Hyperbel:

$$\frac{\Delta U}{U_0} = K_1 i. \quad (6.36)$$

3. Bei merklicher Bestrahlung sinkt die Durchschlagsspannung proportional der Wurzel aus dem Fremdstrom ab:

$$\frac{\Delta U}{U_0} = K_2 \sqrt{i_0}. \quad (6.37)$$

<sup>1)</sup> S. Fußnote 1 a. v. S. — <sup>2)</sup> Vgl. W. Rogowski, a. a. O.

4. Der Durchschlagsstrom wird nicht unendlich, sondern wächst proportional dem Fremdstrom:

$$i_d = \frac{K_2}{2K_1} \sqrt{i_0}. \quad (6.38)$$

Wir haben nunmehr noch die Erhöhung des Wertes  $P_{0\theta}^*$  durch die räumliche metastabile Rückwirkung zu bestimmen. Für den Fall nahe benachbarter Elektroden erhält man durch Auswertung der Integration (6.16) ( $\eta L$  klein):

$$P_{0\theta}^* = \frac{\kappa \cdot \varepsilon^2 \cdot 2L}{D^2 \alpha^4 q_0} \left[ \frac{e^{\alpha L}}{L^3 \alpha^3} - \frac{1}{2} - \frac{3}{L^3 \alpha^3} + e^{-\alpha L} \left\{ \frac{3}{L^3 \alpha^3} - \frac{1}{2} \right\} - \frac{e^{-2\alpha L}}{L^3 \alpha^3} \right]. \quad (6.39)$$

Für das Weitdurchschlagsgebiet ist zu schreiben ( $\eta L$  groß):

$$P_{0\theta}^* = \frac{\kappa \cdot \varepsilon^2}{D^2 \eta^4 q_0 \alpha} \left[ 1 - \frac{3}{2} \cdot \frac{\alpha}{\eta} \left( 1 - \frac{\alpha}{6\eta} \right) \right] \sim \frac{\kappa \varepsilon^2}{k^2 \alpha q_0} \left[ 1 - \frac{3\alpha}{2\eta} \left( 1 - \frac{\alpha}{6\eta} \right) \right]. \quad (6.40)$$

7. *Änderung der integralen Elektronenionisierung.* Ein Gas, das metastabile Atome enthält, hat eine andere Elektronenionisierung als das unangeregte Gas. Das Gas muß nunmehr als Gasmischung betrachtet werden und sein Ionisierungskoeffizient ist der Ionisierungskoeffizient der Mischung. Es sei wieder  $g$  die Zahl der Gesamtatome und  $m$  die Zahl der m. A. in der Raumeinheit. Es sei  $m$  beim ebenen Problem eine Funktion des Abstandes  $x$  von der Kathode [vgl. (3.15)]. Das Mischungsverhältnis

$$a = \frac{m}{g} \quad (7.1)$$

hängt dann ebenfalls von  $x$  ab. Ist  $\alpha_g$  der Ionisierungskoeffizient des ursprünglichen Gases (vor Stromdurchgang) und  $\alpha_m$  der Ionisierungskoeffizient eines aus lauter m. A. bestehenden Gases, so hat man für den Ionisierungskoeffizienten der Gasmischung zu setzen<sup>1)</sup>

$$\alpha = \alpha_g (1 - a) + a \alpha_m = \alpha_g + a (\alpha_m - \alpha_g). \quad (7.2)$$

Der Ionisierungskoeffizient  $\alpha$  ist somit ebenfalls eine Funktion von  $x$ . Es müssen entsprechend den früheren Betrachtungen die beiden Gleichungen bestehen:

$$-D \frac{d^2 m}{dx^2} + k m = \varepsilon n, \quad (7.3)$$

$$\frac{dn}{dx} = (\alpha_g + a (\alpha_m - \alpha_g)) \cdot n. \quad (7.4)$$

<sup>1)</sup> Wir benutzen, um das Grundsätzliche zu zeigen, die Mischungsregel, trotzdem dieser einfache Zusammenhang nicht immer erfüllt zu sein braucht (vgl. Abschnitt 9). Auch beschränken wir uns auf eine Sorte angeregter Atome, nämlich auf die metastabilen.



Die Gleichung (7. 4) enthält offensichtlich nur den *alten* Townsend-schen Ionisierungsansatz. Das Mischungsverhältnis  $a$  in (7. 4) ist nach (7. 1) proportional  $m$ . Strenggenommen hängt auch  $k$  vom Mischungsverhältnis ab. Wir wollen aber nur kleine Mischungsverhältnisse betrachten, so daß für  $k$  der Wert (3. 3) benutzt werden kann. Wir lösen wieder durch schrittweise Näherung. In erster Näherung finden wir mit  $a = 0$  [vgl. (6. 9)]  $n = N_k e^{\alpha x}$  und [vgl. (6. 10) und (6. 11)]

$$m = \frac{N_k \cdot \varepsilon \cdot M(x)}{D(\alpha_g^2 - \eta^2)}. \quad (7.5)$$

In zweiter Näherung offenbart sich  $\alpha$  als die Funktion  $x$ :

$$\alpha = \alpha_g + (\alpha_m - \alpha_g) \frac{N_k \varepsilon}{g \cdot D(\alpha_g^2 - \eta^2)} M(x). \quad (7.6)$$

Somit kommen in zweiter Näherung an der Anode die Elektronen an:

$$n_A = N_k e^{\int_0^L \alpha dx} = N_k e^{\alpha_g L} \cdot e^{N_k \vartheta}, \quad (7.7)$$

wo

$$\vartheta = \frac{(\alpha_m - \alpha_g)}{g} \cdot \frac{\varepsilon}{D(\alpha_g^2 - \eta^2)} \cdot \int_0^L M(x) dx. \quad (7.8)$$

Betrachten wir die Korrektur  $N_k \vartheta$  als klein gegen 1, so ergibt die Entwicklung:

$$n_A = N_k e^{\alpha_g L} + N_k^2 e^{\alpha_g L} \cdot \vartheta. \quad (7.9)$$

Wir sind hiermit wieder formal zu demselben Ausdruck gelangt, wie (6. 19). Nur sind an Stelle von  $\alpha$  und  $\Theta$  die Größen  $\alpha_g$  und  $\vartheta$  getreten. Wir müssen wieder eine Gleichung von der Form (6. 32) finden. Es ist nunmehr zu setzen:

$$P_0^* = S_\gamma \frac{r}{E_0} + \frac{\vartheta}{q_0 e^{\alpha_g L}} = P_{0\gamma}^* + P_{0\vartheta}^*. \quad (7.10)$$

Wir kommen somit auch jetzt wieder zu den bereits am Schluß von Abschnitt 6 aufgeführten Gesetzen zurück.

Wir müssen noch  $P_{0\vartheta}^*$  bestimmen. Es ergibt sich für kleine Werte  $\eta L$  (Durchschlagsminimum) und nähere Umgebung desselben:

$$P_{0\vartheta}^* = \frac{\alpha_m - \alpha_g}{g q_0} \cdot \frac{\varepsilon}{D \alpha_g^2} \cdot \frac{L}{2} \left[ 1 - \frac{2}{L \alpha_g} + e^{-\alpha_g L} \left( 1 + \frac{2}{L \alpha_g} \right) \right]. \quad (7.11)$$

Für große Werte  $\eta L$  (ausgesprochenes Weitdurchschlagsgebiet) ist zu schreiben:

$$P_{03}^* = \frac{(\alpha_m - \alpha_g) \varepsilon}{k \alpha_g \cdot g \cdot q_0} \left(1 - \frac{\alpha_g}{\eta}\right) \cdot (1 - e^{-\alpha_g L}). \quad (7.12)$$

Von Interesse ist für uns noch das Verhältnis  $\vartheta/\Theta$ , das uns über die Frage Auskunft gibt, ob der Einfluß der Rückwirkung oder der Einfluß der integralen Elektronenionisierung zahlenmäßig überwiegt. Physikalisch ist zu erwarten, daß das Schwergewicht bei der Rückwirkung liegt, da die Anfangselektronen derselben wieder Elektronenlawinen auslösen und daher mit einem hohen Gewicht in der resultierenden Elektronenströmung zur Geltung kommen. Man erhält für kleine Werte  $\eta L$ :

$$\frac{\vartheta}{\Theta} = \frac{L(\alpha_m - \alpha_g) \cdot (L\alpha_g) \left[1 - \frac{2}{L\alpha_g} + e^{-\alpha_g L} \left(1 + \frac{2}{L\alpha_g}\right)\right]}{6\xi \cdot \left(\frac{\varepsilon}{\alpha_g}\right) \left[\frac{e^{\alpha_g L}}{(L\alpha_g)^3} - \frac{1}{2} - \frac{3}{(L\alpha_g)^3} + e^{-\alpha_g L} \left(\frac{3}{L^3\alpha_g^3} - \frac{1}{2}\right) - \frac{e^{-2\alpha_g L}}{\alpha_g^3 L^3}\right]} \cdot \left(\frac{\lambda}{L}\right)^2. \quad (7.13)$$

Das Verhältnis ist somit, wie man leicht abschätzt, von der Größenordnung  $(\lambda/L)^2$  und daher in Übereinstimmung mit unserer physikalischen Überlegung sehr klein. Ähnliches ergibt sich für große Werte  $\eta L$ :

$$\frac{\vartheta}{\Theta} \sim \frac{2}{3} \cdot \frac{L(\alpha_m - \alpha_g)(L\alpha_g) \cdot \eta^2 \left(\frac{\lambda}{L}\right)^2}{\left(\frac{\varepsilon}{\alpha_g}\right) \xi \cdot \alpha_g^2}. \quad (7.14)$$

Je weiter man in das extreme Weitdurchschlagsgebiet vorstößt, um so kleiner wird  $\alpha$ . Es wird somit  $\eta/\alpha_g$  immer größer. Gleichzeitig steigt aber  $\varepsilon/\alpha_g$ . Auch in diesem Gebiet wird immer noch der Einfluß der Rückwirkung weit überwiegen.

8. *Vergleich mit dem Schadeschen Ansatz.* Schade hat das bekannte Townsendsche Ionisierungsgesetz:

$$\frac{dn}{dx} = \alpha n \quad (8.1)$$

durch Zufügung eines quadratischen Gliedes erweitert. Schade<sup>1)</sup> schreibt das Ionisierungsgesetz<sup>2)</sup>:

$$\frac{dn}{dx} = \alpha n + \sigma^* \cdot n^2. \quad (8.2)$$

<sup>1)</sup> R. Schade, Naturwissensch. **25**, 568, 1937; ZS. f. Phys. **108**, 353, 1938. —

<sup>2)</sup> Man beachte, daß in diesem Abschnitt unter  $\sigma^*$  die Schadesche Konstante zu verstehen ist und nicht unsere im Abschnitt 3 eingeführte Verhältniszahl  $\sigma$ .

Diese Erweiterung wird von ihm dadurch begründet, daß sie zu den Durchschlagsgesetzen von Rogowski, Fucks und Wallraff führt, und daß sie auch in solchen Fällen merkliche Werte der Konstanten  $K_1$  und  $K_2$  [vgl. (6.33)] voraussehen läßt, in denen die Veränderlichkeit der Oberflächenionisierung  $\gamma$  zurücktritt.

Nach den Ausführungen der vorigen Abschnitte ergibt aber bereits der alte Townsendsche Ansatz (8.1) die Durchschlagsgesetze. Auch er kann bei unveränderlicher Oberflächenrückwirkung [ $S_\gamma = 0$ ; vgl. (6.33) und (7.10)] zu merklichen Werten der Konstanten  $K_1$  und  $K_2$  führen. Es war nur notwendig, in der gegenseitigen Ionisierung der Lawinenprodukte eine räumliche Rückwirkung zu sehen, oder aber bei Stromdurchgang das Gas als Gasmischung von normalen und angeregten Atomen aufzufassen mit (örtlich) veränderlichem Mischungsverhältnis und (örtlich) veränderlichem  $\alpha$ -Wert. Es genügen somit das alte Ionisierungsgesetz und die Berücksichtigung charakteristischer Eigenschaften der Gasänderung. Unter diesen Umständen entfällt die ursprüngliche Notwendigkeit für die Einführung des Schadeschen Ansatzes. Sollen wir ihn trotzdem beibehalten, so müßte er durch andere Gründe als bisher gestützt werden.

Dennoch besteht eine Brücke von unserem Ansatz zu dem Schadeschen. Wir schreiben die in Betracht kommenden Gleichungen nochmals an und beschränken uns auf das Abschnitt 6 behandelte Problem. Nach uns müssen die beiden Gleichungen gelten:

$$\left. \begin{aligned} -D \frac{d^2 m}{dx^2} + k m &= n \varepsilon \\ \frac{dn}{dx} &= \alpha n + \kappa m^2 \end{aligned} \right\} \text{vergl. (6.1) und (6.4).} \quad \begin{matrix} (8.3) \\ (8.4) \end{matrix}$$

Nach Schade ist nur eine Gleichung anzuschreiben:

$$\frac{dn}{dx} = \alpha n + \sigma^* n^2. \quad (8.5)$$

Setzt man in unserer Gleichung (8.3) den Diffusionskoeffizienten  $D = 0$ , was streng nicht zulässig ist, aber in gewissen Ausnahmefällen eine brauchbare Näherung sein kann, so folgt:

$$m = n \cdot \frac{\varepsilon}{k} \quad (8.6)$$

und es wird nach (8.4)

$$\frac{dn}{dx} = \alpha n + \kappa \cdot \frac{\varepsilon^2}{k^2} n^2. \quad (8.7)$$

Gleichung (8. 7) stimmt jetzt *formal* mit dem Schadeschen Ansatz überein:

$$\sigma^* = \kappa \cdot \frac{\varepsilon^2}{k^2}.$$

Für sich allein genommen, könnte man (8. 7) [bzw. (8. 5)] als ein „Ionisierungsgesetz der Elektronen“ ansehen. Nach unserer Herleitung muß man die Gleichung aber auffassen als eine Beschreibung des Zusammenwirkens des alten Townsendschen Ionisierungsansatzes mit einer *entarteten* räumlichen metastabilen Rückwirkung. Unsere Erweiterung umfaßt die *Schadesche als formalen Grenzfall* mit. Aber die *physikalische Anschauungsweise* bleibt bei uns auch in diesem Grenzfall *eine andere als bei Schade*.

Ist nun die Voraussetzung  $D = 0$  eine praktisch brauchbare Näherung? Das wäre sie, wenn sich  $\sigma^*$  als Gaskonstante erweisen würde. Aber Schade selbst gibt an, daß dies nicht zutrifft.

Wir zitieren: „Die Größe  $\sigma^*$  ist also nicht, wie etwa die Townsendsche Ionisierungszahl  $\alpha$  allein durch die Art des Gases, Feldstärke und Druck bestimmt, sondern sie wird außerdem durch die Form und die Abmessung des Entladungsgefäßes beeinflusst“<sup>1)</sup>.

Trifft dies zu, so bleibt nichts anderes übrig, als dem Ionisierungsgesetz die von uns angegebene Form, Gleichung (8. 3) und (8. 4) zu geben. Die Fig. 2, 4, 5, 6 und 7 zeigen überzeugend, daß man es mit zwei Größen zu tun hat: mit der Dichte  $m$  der metastabilen Atome und mit der Zahl  $n$  der Elektronen. Die Verteilung beider Größen unterliegt verschiedenen physikalischen Bedingungen. Man braucht somit naturgemäß zwei Bestimmungsgleichungen und da beide Größen voneinander abhängen, eine Kopplung zwischen ihnen. Alles dies bringen unsere beiden Gleichungen (8. 3) und (8. 4) ungezwungen zum Ausdruck. Wir ändern somit im Gegensatz zu Schade nicht das Ionisierungsgesetz ab, sondern behalten das alte Ionisierungsgesetz bei und erweitern dafür unsere Vorstellungen über Rückwirkung.

Auch Schade hat bereits erkannt, daß die Dichte der metastabilen Atome von der Dichte der Elektronen abweicht. Trotzdem hält er an seinem Ionisierungsgesetz (8. 2) fest, „da nach wie vor die zusätzliche Ionisation dem Quadrate der Stromdichte proportional ist“<sup>2)</sup>. Wir sind anderer Meinung. Mit der Verschiedenheit der Verteilung von Elektronen und metastabilen Atomen ist der Schadesche Ansatz (8. 2) und (8. 5) nicht mehr

<sup>1)</sup> R. Schade, ZS. f. Phys. **108**, 368, 1938. — <sup>2)</sup> Gemeint ist die Stromdichte  $n$  der Elektronen [vgl. (8. 2)].



zu halten. Dies ist somit die Stelle, an der sich unser Weg von dem Schadeschen getrennt und eine andere Entwicklung genommen hat.

Indessen ist das obige Schadesche Zitat über die Veränderlichkeit von  $\sigma^*$  nur bedingt richtig. Unser Ausdruck (8.6) und unsere Gleichung (8.7) beweisen, daß sich im Grenzfall  $\eta \rightarrow \infty$  ( $D = 0$ )  $\sigma^*$  praktisch als Gas-konstante erweisen muß. Man braucht nur weit genug in das Weitdurchschlagsgebiet vorzustößen, um sich diesem Fall genügend zu nähern (vgl. Fig. 7). Dies mußte Schade entgehen, weil seine Versuche in einem Gebiet liegen, das sich dem Grenzfall nah benachbarter Elektroden ( $\eta = 0$ ) nähert (vgl. Fig. 2, 3 und 4).

**9. Durchschlagssenkung bei Neon-Argon-Gemischen. Metastabile räumliche Rückwirkung. Proportionale Eigenerregungen. a) Allgemeine Übersicht.** In reinem Neon habe eine Plattenfunkenstrecke die Durchschlagsspannung  $U_0$ . Fügen wir dem Neon etwas Argon zu, so erfährt die Durchschlagsspannung  $U$  nach Penning eine Erniedrigung. Unter Umständen genügen bereits kleine Zusätze von etwa  $1/100\%$ , um Absenkungen von  $80\%$  zu erzielen. Diese auffällige starke Wirkung des Argons kommt nach Penning dadurch zustande, daß metastabile Neonatome beim Zusammenstoß Argonatome ionisieren. Die Anregungsenergie eines metastabilen Neonatoms liegt bei  $16,1$  e-Volt. Zur Ionisierung des Argonatoms genügen  $15,4$  e-Volt. Energetisch vermag somit das metastabile Neonatom mit seiner inneren Energie (also ohne auf kinetische Energie angewiesen zu sein) die erforderliche Ionisierungsenergie zu decken und die Erfahrung lehrt, daß solche Ionisierungen bei den vorliegenden Partnern häufig vorkommen.

Auch wir werden an dieser Erklärungsweise festhalten, aber wir werden sie anders als Penning der Durchschlagstheorie einordnen. Penning brachte diese Art der Ionisierung lediglich durch eine Erhöhung des Ionisierungskoeffizienten zum Ausdruck. Wir sehen in der Ionisierung der Argonatome durch metastabile Neonatome *die einzelnen Ionisierungsakte einer räumlichen Rückwirkung*. Wenn wir auch, gerade bei denjenigen Mischungsverhältnissen, bei denen die stärkste Wirkung erzielt wird, in Näherung wieder auf die Penningsche Beschreibung zurückkommen werden, so halten wir es doch für nützlich, auch diese Durchschlagssenkung von dem von uns eingenommenen Standpunkt aus zu behandeln.

**b) Allgemeiner Ansatz.** In der Raumeinheit ( $\text{cm}^3$ ) seien  $g$ -Atome. Das Mischungsverhältnis Argon-Neon sei  $a$ . Dann entfallen auf die Raumeinheit

$$ag \text{ Argon- und } (1 - a)g \text{ Neonatome.} \quad (9.1)$$

Die Zahl der metastabilen Neonatome sei sehr klein gegenüber der Zahl der normalen Atome <sup>1)</sup>. Ein metastabiles Neonatom mache in der Sekunde  $Z$  Zusammenstöße. Es stößt alsdann in der Sekunde  $Z$   $(1 - a)$ -mal auf ein Neonatom und  $a \cdot Z$ -mal auf ein Argonatom. In letzterem Falle soll es jedesmal ein Elektron befreien und in den normalen Zustand zurückkehren. Es führen in der Sekunde somit zur Vernichtung:

$$\sigma Z (1 - a) \text{ Stöße gegen Neonatome und } Z \cdot a \text{ Stöße} \\ \text{gegen Argonatome} \quad (9.2)$$

Ist wieder  $m$  die Zahl der m. A. in  $\text{cm}^3$ , so werden im Raumteil  $1 \cdot \Delta x$  (vgl. Fig. 1) und der Zeit  $\Delta t$  vernichtet:

$$m Z [\sigma (1 - a) + a] \Delta x \cdot \Delta t. \quad (9.3)$$

Der Vergleich mit (3.4) lehrt, daß unsere Vernichtungskonstante nunmehr den Wert hat:

$$k = Z [\sigma (1 - a) + a]. \quad (9.4)$$

Da  $\sigma$  sehr klein ist ( $10^{-5}$  bis  $10^{-4}$ ), so haben bereits kleine Werte des Mischungsverhältnisses  $a$  einen starken Einfluß auf die Vernichtungskonstante. Daher der starke Einfluß auch kleiner Beimengungen Argons.

Es sei wieder  $n$  die Zahl der Elektronen, die in der Sekunde im Abstand  $x$  von der Kathode den Einheitsquerschnitt durchsetzen.

Es sei  $\varepsilon$  der Anregungskoeffizient des *reinen* Neons bezogen auf den Druck, der der Gasmischung zukommt. Dann ergibt die Gleichheit von Vernichtung und Neubildung m. A. die Forderung [vgl. (3.6)]

$$-D \frac{d^2 m}{d x^2} + k m = \varepsilon (1 - a) n. \quad (9.5)$$

In der Gleichung (9.5) kommt auf der linken Seite, wenn wir die Beziehung (9.4) gelten lassen, zum Ausdruck, daß wir hier und im folgenden die Zahl  $m$  der m. A. als klein gegen die Zahl der normalen Atome angesetzt haben. Auch die folgende Ionisierungsgleichung stellen wir unter dieser Voraussetzung auf. Es mögen  $\alpha_N$  und  $\alpha_A$  die Ionisierungskoeffizienten der *reinen* Gase bedeuten, bezogen auf den Druck der Gesamtmischung. Dann ist der Ionisierungskoeffizient der Gasmischung nach der Mischungsregel<sup>2)</sup>

$$\alpha = \alpha_N (1 - a) + \alpha_A \cdot a = \alpha_N + a (\alpha_A - \alpha_N). \quad (9.6)$$

Die Elektronenzahl wächst auf der Strecke  $\Delta x$  (Fig. 1) nach dem Townsendschen Ansatz. In der Zeiteinheit beträgt dieser Teil  $\alpha n \Delta x$ .

<sup>1)</sup> Denn sonst müßten wir die Zahl der Neonatome nochmals unterteilen in normale und angeregte Atome. — <sup>2)</sup> Vgl. die Fußnote zu Gleichung (7.2).

Zum anderen liegen auf der gleichen Strecke die Anfangselektronen der räumlichen Rückwirkung. Ihre Zahl ist, da ja *jeder* Stoß eines metastabilen Neonatoms gegen ein Argonatom zur Ionisierung führen sollte<sup>1)</sup>, in der Zeiteinheit  $m Z a \cdot \Delta x$ . Folglich beträgt die Gesamtänderung die Summe. Wir setzen

$$K = a Z. \quad (9.7)$$

Es folgt:

$$\frac{dn}{dx} = \alpha n + K m. \quad (9.8)$$

Die Gleichungen (9.5) und (9.8) beschreiben [vgl. (6.5) und (6.6)] das Eingreifen einer räumlichen metastabilen Rückwirkung. Die Rückwirkung steckt in dem Gliede  $K m$  [Gleichung (9.8)].  $K$  ist nunmehr die Koppelkonstante. Aus (9.5) und (9.8) erhält man die Differentialgleichung für  $n$ , wenn wir wieder  $k/D = \eta^2$  setzen:

$$\frac{d^3 n}{dx^3} - \alpha \frac{d^2 n}{dx^2} - \eta^2 \frac{dn}{dx} + \eta^2 \alpha \left[ 1 + \frac{K}{k} \frac{\varepsilon (1-a)}{\alpha} \right] n = 0. \quad (9.9)$$

c) *Näherung für große Werte  $\eta$ .* Für das vorliegende Problem ist charakteristisch, daß die Vernichtungskonstante  $k$  [vgl. (9.4)] stark vom Mischungsverhältnis  $a$  abhängt. Sie steigt mit  $a$  sehr stark an (Fig. 8). Entsprechend sinkt die Lebensdauer der m. A. [vgl. (3.4)] mit dem Mischungsverhältnis ab. Unter diesen Umständen muß die Wirkung der Diffusion bereits bei Mischungsverhältnissen von 1% an stark zurücktreten. Dies bringen wir dadurch zum Ausdruck, daß wir  $\eta$  als groß voraussetzen. Im Grenzfall  $\eta \rightarrow \infty$  kann man in der Gleichung (9.9) die beiden ersten Glieder [oder in Gleichung (9.5) das Glied  $-D \cdot \frac{d^2 m}{dx^2}$ ] streichen. Man erhält dann die folgende Gleichung:

$$\frac{dn}{dx} = \alpha \left[ 1 + \frac{K}{k} \frac{\varepsilon (1-a)}{\alpha} \right] n. \quad (9.10)$$

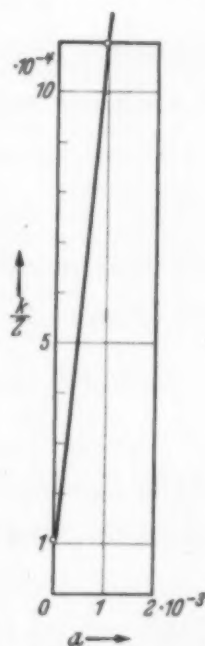


Fig. 8. Vernichtungskoeffizient  $k$  in Abhängigkeit vom Mischungsverhältnis  $a$ .

<sup>1)</sup> Ist die Ausbeute nicht gleich 1, wie oben angenommen, so muß, wie in den früheren Rechnungen, noch ein Ausbeutefaktor hinzugefügt werden.

In diesem Grenzfall wächst die Elektronenionisierung so an, als ob der Ionisierungskoeffizient vorläge:

$$\alpha_r = \alpha \left[ 1 + \frac{K}{k} \frac{\varepsilon(1-a)}{\alpha} \right]. \quad (9.11)$$

Setzen wir für  $k$ ,  $\alpha$ ,  $K$  die Werte (9.4) und (9.7) ein, so erhält man:

$$\alpha_r = \alpha_N + (\alpha_A - \alpha_N) a + \frac{a(1-a)\varepsilon}{(a(1-\sigma) + \sigma)}. \quad (9.12)$$

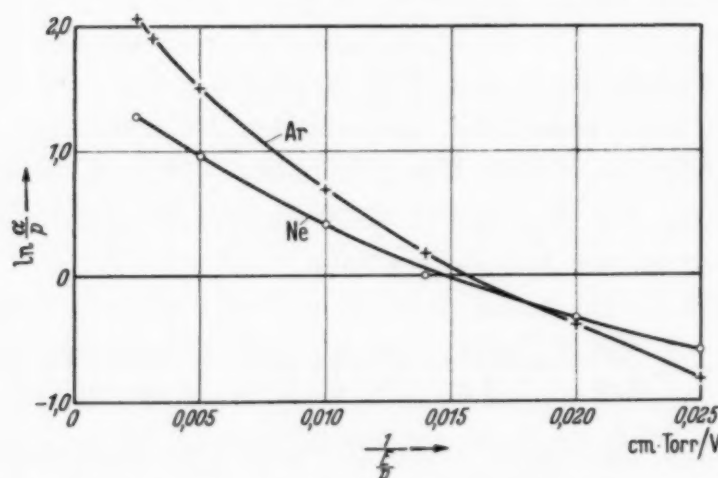


Fig. 9. Ionisierungskoeffizient  $\alpha$  für Neon und Argon.

Über den nach der Mischungsregel geltenden  $\alpha$ -Wert (9.6) lagert sich somit noch der zusätzliche Wert:

$$\alpha_z = \frac{a(1-a)\varepsilon}{a(1-\sigma) + \sigma}. \quad (9.13)$$

Er verschwindet naturgemäß für  $a = 0$  (reines Neon) und für  $a = 1$  (reines Argon).  $\alpha_z$  hat zwischendurch ein Maximum. Es liegt bei

$$a_{zmax} = \frac{\sqrt{\sigma}}{1 + \sqrt{\sigma}} \sim \sqrt{\sigma}. \quad (9.14)$$

Auch  $\alpha_r$  weist ein Maximum auf, das naturgemäß gegen das Maximum von  $\alpha_z$  etwas verschoben liegt. Es ergibt sich:

$$a_{rmax} = \frac{1}{(1-\sigma)} \sqrt{\frac{\sigma}{1 - \frac{(\alpha_A - \alpha_N)}{\varepsilon}(1-\sigma)}} - \frac{\sigma}{(1-\sigma)} \sim \sqrt{\frac{\sigma}{1 - \frac{(\alpha_A - \alpha_N)}{\varepsilon}}}. \quad (9.15)$$

Bei der Diskussion dieser Ausdrücke muß man im Auge behalten, daß für kleine Feldstärken  $\alpha_N > \alpha_A$  ist (vgl. Fig. 9). Bei einem



$E/p$ -Wert von 55 Volt/cm Torr werden beide Ionisierungskoeffizienten gleich. Von da ab überwiegt  $\alpha_A$ . Für sehr kleine Feldstärken liegt der Quotient  $\frac{\alpha_A - \alpha_N}{\varepsilon}$  nahe bei Null und ist negativ. Bei einem  $E/p$ -Wert

von 55 Volt/cm Torr geht er durch Null und wird von da ab positiv.

Berücksichtigt man dies, so erwartet man folgendes: Bei außerordentlich niedrigen  $E/p$ -Werten sollte nach unseren Formeln das Maximum bei einem Mischungsverhältnis  $a_{r_{max}} \sim \sqrt{\sigma}$  liegen. Dem Versuch nach<sup>1)</sup> liegt das Maximum für  $E/p = 0,5$  Volt/cm Torr beim Mischungsverhältnis  $a = 0,01$  (Fig. 10). Es gehört hierzu ein  $\sigma$ -Wert von  $10^{-4}$ . Dies stimmt befriedigend mit der Angabe von Meissner und Graffunder überein.

Wächst  $E/p$ , so sollte nach unseren Formeln bis zum Werte  $E/p = 55$  Volt/cm Torr das Maximum praktisch bei dem vorigen Wert  $a = 0,01$  bleiben. Bei noch höheren  $E/p$ -Werten sollte es sich nach höheren Mischungsverhältnissen verschieben und schließlich sollte es überhaupt

ausbleiben ( $\frac{\alpha_A - \alpha_N}{\varepsilon} > 1$ ). Von einer hochgelegenen Feldstärke an sollte es nur einen monotonen Übergang von  $\alpha_N$  zu  $\alpha_A$  geben. Diese Aussagen werden *qualitativ* vom Versuch bestätigt<sup>1)</sup> (vgl. Fig. 10). Die Verschiebung des Maximums nach höheren Mischungsverhältnissen erfolgt aber bereits bei einem  $E/p$ -Wert von 1 Volt/cm Torr. Bei Feldstärken oberhalb 150 Volt/cm Torr bleibt auch dem Versuch nach das Maximum aus und es beginnt der monotone Übergang von  $\alpha_N$  zu  $\alpha_A$ .

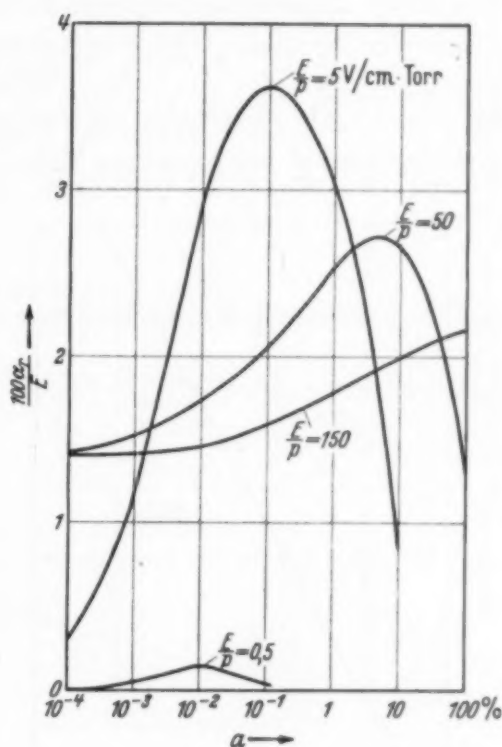


Fig. 10. Resultierender Ionisierungskoeffizient  $\alpha_r$  (bzw. das Verhältnis  $\alpha_r/E$ ) und Mischungsverhältnis  $a$ . Nach Kruit-hoff und Penning, Physica 4, 445, 1937. Maximum bei sehr kleinen Feldstärken bei  $a = \sqrt{\sigma}$ . Verschiebung des Maximums mit wachsender Feldstärke nach höheren Mischungsverhältnissen. Monotoner Anstieg bei sehr hohen Feldstärken.

<sup>1)</sup> Der Leser vergleiche die Tabelle der  $\alpha_r$ -Werte bei A. B. Kruit-hoff u. F. M. Penning, Physica 4, 445, 1937.

Da unsere Formeln nach unserer Auffassung nur angenähert gelten, so ist wahrscheinlich, daß bei Weitertreiben der Näherung Versuch und Rechnung noch besser als bisher in Einklang zu bringen sein werden.

Nach Überschreiten des Maximums ( $a$  groß gegen  $\sigma$ ) sollten sich nach Formel (9.12) annähernd gradlinig abfallende Verläufe ergeben, die den Wert

$$\alpha_r \sim \alpha_N + (\alpha_A - \alpha_N) a + \varepsilon (1 - a)$$

darstellen. Die Versuche ergeben diese gradlinigen Zusammenhänge nicht (man vergleiche die genannte Tabelle a. a. O.). Die Werte für  $\alpha_r$  sinken nach

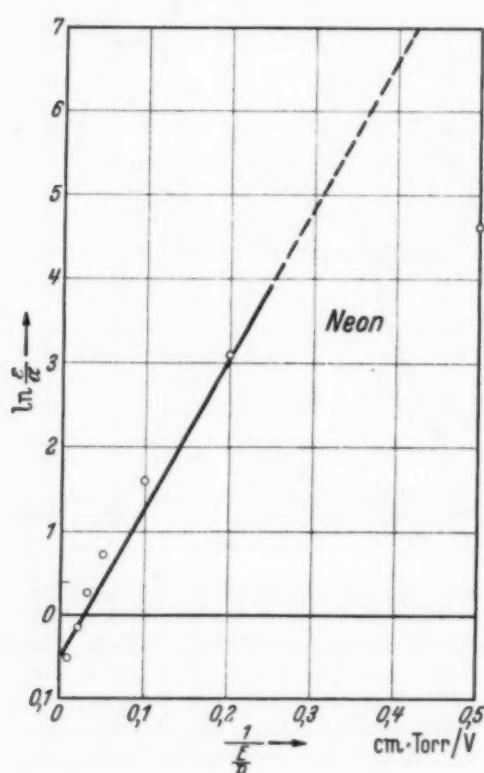


Fig. 11.  $\varepsilon/\alpha$ -Werte für Neon.

Überschreiten des Maximums im allgemeinen zuerst stark, dann langsam ab. Es ist möglich, daß auch hier eine weitere Näherung diese Unterschiede beheben kann. Es ist indessen zu vermuten, daß die Mischungsregel [vgl. die Fußnote zu (7.2)] einer Nachprüfung zu unterziehen ist. Denn bei sehr vielen Argonatomen werden diese durch direkten Elektronenstoß ionisiert und entziehen bei ihrer niedrigen Ionisierungsspannung der Elektronenwolke erheblich Energie, so daß für die höher gelegenen Anregungsstufen der Neonatome weniger zahlreiche rasche Elektronen zur Verfügung stehen, als die Mischungsregel es zum Ausdruck bringt.

Bei sehr kleinen Feldstärken übertrifft  $\alpha_{rmax}$  weit den Wert von  $\alpha_N$ . Unter Umständen um mehr als das Hundertfache. Der gemessene Wert  $\alpha_{rmax}$  ist dann angenähert gleich  $\alpha_N + \varepsilon$ . Man erhält somit den Wert  $\frac{\varepsilon}{\alpha_N}$  für Neon durch den Ausdruck  $\frac{\alpha_{rmax}}{\alpha_N} - 1$ . Ich habe hiernach für einige Feldstärken das Verhältnis  $\varepsilon/\alpha_N$  berechnet. Für  $E/p = 2$  Volt/cm Torr liegt der Wert von  $\varepsilon/\alpha_N$  über 100. Für den Wert  $E/p = 0,5$  müßte er nach den Kruithoff-Penningschen Messungen sogar mehrere Hundert betragen. Für hohe Feldstärken sinken naturgemäß die Werte  $\varepsilon/\alpha_N$  ab.

Zum Vergleich wurden in der Tabelle auch andere dem Schrifttum entnommene Angaben aufgeführt. Die Übereinstimmung befriedigt.

Ferner ist in Fig. 11  $\ln(\varepsilon/\alpha_N)$  in Abhängigkeit von  $1/E/p$  aufgetragen. Man erwartet in diesem Falle eine grade Linie<sup>1)</sup>. Auch diese Beziehung sehen wir hinreichend erfüllt. Eine Ausnahme macht der zu der niedrigen Feldstärke  $E/p = 2$  Volt/cm Torr gehörige Wert. Dies rührt daher, daß für diese niedrige Feldstärke ein relativ hoher  $\alpha$ -Wert gemessen wird. Der gradlinigen Beziehung liegen gewisse vereinfachende Annahmen zugrunde, die grade bei Neon nur angenähert erfüllt sind. Dies geht auch aus den  $\alpha_N$ -Werten hervor, die unter den gleichen Umständen (vgl. Fig. 9) eine Gerade ergeben sollten und von dieser offensichtlich nach oben bei kleinen Feldstärken abweichen.

Tabelle.  $\varepsilon/\alpha$  für Neon.

$E/p$ Volt/cm Torr	Berechnet nach $\alpha_N$ -Werten von A. B. Kruit- hoff u. F. M. Penning, Physica 4, 445, 1927	Nach v. Engel u. Steenbeck, Bd. 1, S. 140	Nach F. M. Penning, Physica 1, 1028, 34
2	102		
5	22	30	24,3
10	5,3	9	8,1
20	2,1	2,7	3,26
30	1,3	1,5	
50	0,85		
100	0,6		

d) *Näherung für kleine Mischungsverhältnisse.* Bei kleinen Mischungsverhältnissen  $a$  bedeutet das Glied  $Km$  in Gleichung (9.8) nur eine Korrektur. Wir kommen unter diesen Umständen durch schrittweise Näherung zum Ziele. Verlassen  $N_k$  Elektronen die Kathode, so lautet mit  $K = 0$  der Ausdruck für die Elektronenzahl  $n = N_k e^{\alpha x}$ . Dann folgt aus (9.5) [vgl. (3.15), (6.10) und (6.11)]:

$$m = \frac{N_k \varepsilon (1 - a)}{D(\alpha^2 - \eta^2)} \cdot M(x). \quad (9.16)$$

Dies eingesetzt in (9.8) ergibt als zweite Näherung

$$\frac{dn}{dx} = \left( \alpha + \frac{K \cdot N_k \varepsilon (1 - a) M(x)}{n \cdot D(\alpha^2 - \eta^2)} \right) n. \quad (9.17)$$

Indem wir wieder in dem mit  $K$  behafteten Korrekturglied  $n$  durch den Wert der ersten Näherung  $N_k e^{\alpha x}$  ersetzen, erhalten wir

$$\frac{dn}{dx} = \left( \alpha + \frac{K \cdot \varepsilon (1 - a) M_x e^{-\alpha x}}{D(\alpha^2 - \eta^2)} \right) n. \quad (9.18)$$

<sup>1)</sup> W. Rogowski, ZS. f. Phys. 114, 1, 1939.

Die Integration ist nunmehr einfach durchzuführen. Man erhält für die an der Anode ankommende Elektronenzahl:

$$n_A = N_k e^{L \left( \alpha + \frac{K \varepsilon (1-a)}{D(\alpha^2 - \eta^2) L} \int_0^L M(x) e^{-\alpha x} dx \right)}. \quad (9.19)$$

Wir finden somit für den resultierenden Ionisierungskoeffizienten:

$$\alpha_r = \alpha + \frac{K \cdot \varepsilon (1-a)}{D(\alpha^2 - \eta^2) L} \int_0^L M_x e^{-\alpha x} dx. \quad (9.20)$$

Bei der Ausrechnung unterscheiden wir wieder zwei Hauptfälle:

1.  $\alpha \gg \eta$ . Wir knüpfen an bei dem Ausdruck (2.8) der nach den Ausführungen des Abschnitts 4a auch noch für  $\eta L = 1$  als praktische Näherung gelten kann. Wir ersetzen gleichzeitig  $Z$  durch  $w/\lambda$  und  $D$  durch  $w\lambda/3$ . Alsdann ergibt sich:

$$\alpha_r = \alpha + \frac{3\varepsilon}{\lambda^2 \alpha^2} \cdot a(1-a) \left[ \frac{e^{\alpha L} (1 - e^{-\alpha L})^2}{L^2 \alpha^2} - 1 \right]. \quad (9.21)$$

2.  $\alpha \ll \eta$ . Wir benutzen nunmehr Ausdruck (4.10). Für  $\eta \gg \alpha$  kann man das zweite und dritte Glied in der eckigen Klammer vernachlässigen, was allerdings schon einen sehr starken Eingriff in den Inhalt der Formel bedeutet. Man erhält  $\int_0^L M(x) e^{-\alpha x} dx = \sim L$  und wie es sein muß, in Übereinstimmung mit (9.11):

$$\alpha_r = \alpha + \frac{K}{k} \cdot \varepsilon (1-a) = \alpha + \frac{a(1-a)\varepsilon}{\sigma(1-a) + a}. \quad (9.22)$$

e) *Allgemeine Lösung.* Die allgemeine Lösung kann sich auch nicht entfernt an Einfachheit und Durchsichtigkeit mit den behandelten Sonderfällen messen. Die genauere Diskussion würde über den Rahmen der vorliegenden Arbeit hinausgehen. Hier sei daher nur einiges für das folgende Wichtige mitgeteilt. Bekanntlich hat man zur Lösung der Differentialgleichung (9.9) zu setzen:

$$n = N_k e^{\varrho x}. \quad (9.23)$$

Für  $\varrho$  ergibt sich die Gleichung dritten Grades

$$\varrho^3 - \alpha \varrho^2 - \eta^2 \varrho + \eta^2 \alpha \left[ 1 + \frac{K \varepsilon (1-a)}{k \alpha} \right] = 0. \quad (9.24)$$

Sie hat drei Wurzeln  $\lambda, \mu, \nu$ , die bei unserem Problem im allgemeinen reell sind, so daß die allgemeine Lösung die Form hat:

$$n = A e^{\lambda x} + B e^{\mu x} + C e^{\nu x}. \quad (9.25)$$



Für die Bestimmung der Konstanten gelten folgende Grenzbedingungen:

1. Es sollen an der Kathode ( $x = 0$ )  $N_k$ -Elektronen je  $\text{cm}^2 \text{ sec}$  starten:

$$N_k = A + B + C. \quad (9.26)$$

2. Die Zahl der m. A. sei an der Kathode gleich Null. Dies ist nach Gleichung (19. 8) gleichbedeutend damit, daß für  $x = 0$  sein soll

$$\frac{dn}{dx} \Big|_{x=0} = \alpha N_k = \lambda A + \mu B + \nu C. \quad (9.27)$$

3. Auch an der Anode ( $x = L$ ) verschwindet die Zahl der m. A. Dies führt zu der Folgerung:

$$\frac{dn}{dx} \Big|_{x=L} = \alpha N_A \quad (9.28)$$

oder

$$\alpha [A e^{\lambda L} + B e^{\mu L} + C e^{\nu L}] = A \lambda e^{\lambda L} + B \mu e^{\mu L} + C \nu e^{\nu L}. \quad (9.29)$$

Aus diesen Gleichungen folgt, wenn wir setzen:

$$R = e^{\lambda L} (\mu - \nu) (\lambda - \alpha) + e^{\mu L} (\nu - \lambda) (\mu - \alpha) + e^{\nu L} (\lambda - \mu) (\nu - \alpha);$$

$$\left. \begin{aligned} A &= \frac{N_k}{R} (\mu - \alpha) (\nu - \alpha) (e^{\mu L} - e^{\nu L}), \\ B &= \frac{N_k}{R} (\nu - \alpha) (\lambda - \alpha) (e^{\nu L} - e^{\lambda L}); \end{aligned} \right\} \quad (9.30)$$

$$C = \frac{N_k}{R} (\lambda - \alpha) (\mu - \alpha) (e^{\lambda L} - e^{\mu L}). \quad (9.31)$$

Setzt man (9. 30 u. 31) in (9. 25) ein, so erhält man mit der Abkürzung:

$$\begin{aligned} V_{(L)} &= \frac{1}{R} [e^{(\lambda + \mu)L} (\nu - \alpha) (\mu - \lambda) \\ &\quad + e^{(\mu + \nu)L} (\lambda - \alpha) (\nu - \mu) + e^{(\lambda + \nu)L} (\mu - \alpha) (\lambda - \nu)] \end{aligned} \quad (9.32)$$

für die Zahl der an der Anode ankommenden Elektronen

$$n_A = N_k V_{(L)}. \quad (9.33)$$

Es sei noch eine Oberflächenrückwirkung  $\gamma$  an der Kathode vorhanden. In üblicher Herleitung folgt:

$$i = i_0 \frac{V_{(L)}}{1 - \gamma (V_{(L)} - 1)}. \quad (9.34)$$

Verglichen mit reinem Gas ist somit an Stelle des üblichen Exponentialausdrucks  $e^{\alpha L}$  der Ausdruck  $V_{(L)}$  getreten. Strenggenommen folgt die Elektronenionisierung bei konstanter Feldstärke keinem einfachen Exponentialgesetz mit  $L$ , sondern einer Summe von drei Exponentialausdrücken.

Wenn wir trotzdem in unseren Näherungen nur eine einzige Exponentialfunktion vorhanden, so müssen in diesen Grenzfällen zwei Konstanten verschwinden.

Für  $K = 0$  lauten z. B. die Lösungen der Gleichung (9.24)

$$\lambda = \alpha, \quad \mu = \eta, \quad \nu = -\eta. \quad (9.35)$$

In diesem Falle werden tatsächlich nach (9.31) die Konstanten  $B$  und  $C$  Null. Gleichzeitig folgt  $A = N_K$ . Wir erhalten, wie es auch sein muß, nach Gleichung (9.8)  $n_A = N_K e^{\alpha L}$ . Entfernen wir uns von diesem Grenzfall, so werden die Konstanten  $B$  und  $C$  zwar nicht mehr verschwinden, aber anfänglich noch klein bleiben und daher die mit ihnen behafteten Exponentialfunktionen an Bedeutung zurücktreten.

*10. Allgemeine Eigenschaften räumlicher Rückwirkungen. Verallgemeinerungen.* Ein besonders eindrucksvolles Beispiel einer räumlichen Rückwirkung ist die *räumliche Rückwirkung positiver Ionen*. Diese vermag nicht nur die Ionisierungsströme zu verstärken, sondern sie führt auch bei genügend hoher Feldstärke ein instabiles Aufschaukeln derselben herbei. Auch die *metastabile räumliche Rückwirkung* verstärkt die Ionisierungsströme [vgl. (9.33) und (34)]. Im Gegensatz zur positiven Rückwirkung vermag sie aber nicht mehr, eine instabile Aufschaukelung in Gang zu setzen. Denn wird in (9.34) von der Oberflächenwirkung abgesehen ( $\gamma = 0$ ), so daß dieser Ausdruck nur die räumliche metastabile Rückwirkung enthält, so bleibt der Strom auch bei hoher Feldstärke endlich. Dieses verschiedene Verhalten begründet sich dadurch, daß die positive Rückwirkung in Kathodennähe ihre wirksamsten Anfangselektronen erzeugt. Die daselbst ausgelösten Elektronenlawinen können sich auf ihrem weiten Weg zur Anode zu großer Stärke entwickeln. Bei der metastabilen räumlichen Rückwirkung sorgt dagegen die Grenzbedingung (2.6) dafür, daß gerade an der Kathode die Anfangselektronen fehlen. Der Hauptsitz der räumlichen metastabilen Rückwirkung liegt daher nicht in Kathodennähe, sondern ist stark nach der Anode zu verschoben (vgl. die Fig. 2, 4 bis 7). Den hier entspringenden Lawinen steht nur ein kurzer Weg zur Entwicklung zur Verfügung. Sie können daher wohl noch eine gewisse Verstärkung, aber nicht mehr ein instabiles Aufschaukeln herbeiführen.

Daß diese Auffassung richtig ist, lehrt der Vergleich mit dem Verhalten der durch *Strahlung* hervorgerufenen *räumlichen Rückwirkung*. Ist der Absorptionskoeffizient der Strahlung nicht zu groß, so werden auch noch in Kathodennähe Anfangselektronen von ihr befreit. Dementsprechend erfolgt unter diesen Umständen bei dieser Art von räumlicher Rückwirkung

bei genügend hoher Feldstärke auch ein instabiles Wachsen der Ionisierungsströme. Wird aber im Grenzfall der Absorptionskoeffizient unendlich, so *entartet* diese Rückwirkung. Die von ihr erzeugten Anfangselektronen und deren Lawinen kann man alsdann — wenigstens formal — offensichtlich durch eine Erhöhung des Ionisierungskoeffizienten der Elektronenionisierung beschreiben. Eine Aufschaukelung findet aber nicht mehr statt. Verändern wir den Absorptionskoeffizienten stetig, so gelangen wir von *einem* Grenzfall, bei dem Aufschaukelung möglich ist, zu dem *anderen* Grenzfall, bei dem dies nicht mehr zutrifft. Es ist zu erwarten, daß die Aufschaukelung bereits vor dem zweiten Grenzfall ausbleibt, so wie wir dies bei der metastabilen Rückwirkung gefunden haben. Wir wollen dieses Verhalten eine *Entartung der räumlichen Rückwirkung* nennen.

Unsere Ausführungen gelten nicht nur für Edelgase, sondern auch für *Molekulgase mit metastabilen Energiestufen*. Sie gelten in Übertragung für alle anderen Anregungsstufen, ebenso für Dissoziationsprodukte. Man muß für jedes Lawinenprodukt die Verteilung aufsuchen, bei der naturgemäß der Diffusion eine starke Bedeutung zukommt und nun, wie wir dies am Beispiel der m. A. gezeigt haben, die durch die Lawinenprodukte zustande kommende räumliche Rückwirkung oder den geänderten Ionisierungskoeffizienten in Rechnung setzen.

Unsere Betrachtungen sind vielleicht nicht ohne Bedeutung für den *Polaritätseffekt*. Tragen z. B. metastabile Zustände zur Rückwirkung bei, so wird im zylindrischen Feld bei negativem Innenzylinder die Diffusion erschwert und es muß, nur von diesem Gesichtspunkte aus geurteilt, bei negativem Innenzylinder eine erhöhte Spannung erwartet werden. Möglicherweise spielt dies bei den anomalen Polaritätseffekten eine Rolle.

*11. Erweiterung der Townsendschen Theorie. Rückblick.* In letzter Zeit ist mehrfach von einer *Erweiterung der Townsendschen Theorie* die Rede gewesen. Die Notwendigkeit hierzu wird überzeugend dadurch bewiesen, daß nach Überschreitung des Durchschlagspunktes die *Charakteristik fällt*. Die *ursprüngliche Townsendsche Theorie ergibt bei unverändertem Gasinhalt* (oder unveränderten Elektroden) *keine fallende Charakteristik*. Die *Charakteristik der Townsendschen Ströme ist steigend*. Jeglicher Stromanstieg kommt nach der Townsendschen Theorie sofort zur Ruhe, wenn die Spannung unter die Durchschlagsspannung gesenkt wird<sup>1)</sup>. Die fallende Charakteristik kann daher nur durch die Veränderung des Gasinhalts ver-

<sup>1)</sup> W. Rogowski, ZS. f. Phys. **100**, 39 (Fußnote 2), 1936; ebenda **114**, 1, 1939.

ursacht sein. Ist dies richtig, so muß jede Erweiterung der Townsendschen Theorie auch an dieser Änderung, d. h. an den entstehenden Lawinenprodukten anknüpfen.

Die positiven Ionen und die mit ihnen entstehende *Raumladung* sind eins dieser *Lawinenprodukte*. Es war daher vernünftig, daß man zunächst die Erweiterung der Townsendschen Theorie durch Einbeziehung der Raumladung versuchte<sup>1)</sup>, deren Bedeutung nach vollendetem Abschluß des Durchschlags (Glimmentladung) als sichergestellt gelten konnte. Läßt man die bekannten Ionisierungsansätze in einem durch Raumladungen verzerrten Feld gelten, so erhält man bereits das Gewünschte: eine nach Überschreitung des Durchschlags fallende Charakteristik und die durch den Versuch bestätigten Durchschlagsgesetze.

Dabei ergeben sich zwei Änderungen gegenüber der ursprünglichen Townsendschen Theorie:

1. Die Raumladung vergrößert die Rückwirkung, gleichgültig, ob wir es mit einer Rückwirkung durch positive Ionen, durch Lichtquanten oder durch m. A. zu tun haben<sup>2)</sup>.

2. Der *Ionisierungskoeffizient* erweist sich in dem durch Raumladung verzerrten Feld als *Funktion des Ortes*. In erster Näherung wird zwar hierdurch die integrale Elektronenionisierung nicht geändert<sup>3)</sup>. Berücksichtigt man aber die von Compton und Morse im inhomogenen Feld angegebene Rückdatierung, so erhält man, wie Rogowski und Wallraff<sup>4)</sup> gezeigt haben, auch durch Raumladung eine Erhöhung der integralen Elektronenionisierung und quadratische Eigenerregungen.

Aber außer den positiven Ionen gibt es noch *andere* Lawinenprodukte. Dies sind die *angeregten Atome (Molekeln)* und die *Dissoziationsprodukte*. Soll eine erweiterte Townsendsche Theorie auch diese berücksichtigen, so muß man die *Eigenschaften dieser Lawinenprodukte* selbst zum Ausdruck bringen. Eine Erweiterung des Stoßionisierungsgesetzes der Elektronen erweist sich dabei als überflüssig. Dies ist der von uns im vorigen beschrittene Weg. Daß hierbei im allgemeinen die Diffusion der Lawinenprodukte eine bedeutende Rolle spielt, ist ganz natürlich. Auch dieser Teil der Erweiterung (nicht nur der vorhin genannte) führt unter Benutzung des *alten* Stoßionisierungsansatzes zu einer fallenden Charakteristik und zu den Durch

<sup>1)</sup> W. Rogowski, ZS. f. Phys. **100**, 1, 1936. — <sup>2)</sup> W. Rogowski, ebenda **114**, 1, 1939; daselbst Schrifttum. — <sup>3)</sup> W. Rogowski, ebenda **100**, 1, 1936. — <sup>4)</sup> W. Rogowski u. A. Wallraff, ebenda **108**, 1, 1938.



schlagsgesetzen. *Die Gründe sind genau dieselben wie bei der Raumladung:* Änderung der Rückwirkung und Änderung des Ionisierungskoeffizienten und hierdurch Änderung der integralen Elektronenionisierung.

Es ergibt sich somit das überraschende und einfache Resultat, daß die fallende Charakteristik und die Durchschlagsgesetze nicht auf *einzelne*, sondern auf *alle* vorhin erwähnten Lawinenprodukte zurückzuführen sind, gleichgültig, ob es sich dabei um positive Ionen, Raumladung, angeregte oder dissoziierte Molekeln handelt, und daß dies in *allen* Fällen in *der* Weise geschieht, daß die Rückwirkung erhöht, der Ionisierungskoeffizient geändert und hierdurch eine Erhöhung der integralen Elektronenionisierung herbeigeführt wird.

Unsere Erweiterung der Townsendschen Theorie bringt Ansätze aus verschiedenen Gebieten miteinander in Zusammenhang. Sie steht, soweit man zur Zeit urteilen kann, mit der Erfahrung in Einklang und gibt dabei vom Bekannten und Bewährten nichts preis, das sie mindestens als Grenzfall (vgl. z. B. Abschnitt 9) formal in sich aufzunehmen vermag. In dieser Vereinigung liegt ihre Stütze, ja man kann sagen, ihre überzeugende Kraft.

---

## Zur Temperaturabhängigkeit der Austrittsarbeit von Kathoden mit ungleichmäßig emittierender Oberfläche.

Von B. Gysae und S. Wagener, Berlin.

Mit 5 Abbildungen. (Eingegangen am 15. Januar 1940.)

Für Kathoden mit ungleichmäßig emittierender Oberfläche werden die Mittelwerte der Austrittsarbeit angegeben, und zwar wird unterschieden zwischen dem „arithmetischen Mittelwert“ und dem „für den Emissionsstrom maßgebenden Mittelwert“. Die Methoden zur Messung dieser Mittelwerte werden besprochen und gegeneinander abgegrenzt. Die bisher mit diesen Methoden erhaltenen Ergebnisse werden miteinander verglichen.

In letzter Zeit ist in einer großen Zahl von Arbeiten die Temperaturabhängigkeit der Austrittsarbeit untersucht worden. Hierbei wurde ein eindeutiges Ergebnis nur für reine Metallkathoden erhalten, während die für fremdstoffbedeckte Metalle erhaltenen Ergebnisse stark voneinander abweichen. Damit eine Aufklärung dieser Abweichungen möglich ist, sollen in dieser Arbeit die verschiedenen, zur Messung der Temperaturabhängigkeit benutzten Methoden besser als bisher voneinander abgegrenzt werden.

Für reine Metalle ergeben die bisher durchgeführten Untersuchungen, daß die Austrittsarbeit  $\psi$  nur in geringem Maße von der Temperatur abhängt, und zwar beträgt der Temperaturkoeffizient  $d\psi/dT$  bei fast allen gemessenen Metallen nur etwa  $5 \cdot 10^{-5}$  Volt/Grad <sup>1)</sup>. Dieses Ergebnis wird bestätigt durch die Werte, die man bei reinen Metallen für die Mengenkongstante  $A_0$  der Richardsonschen Emissionsgleichung

$$I_s = A_0 T^2 e^{-\frac{\psi}{kT}} \quad (1)$$

erhält. Zwischen dem für diese Mengenkongstante gemessenen Wert und der Temperaturabhängigkeit der Austrittsarbeit besteht bekanntlich ein enger Zusammenhang <sup>2)</sup>. Setzt man nämlich die mit einem Temperaturkoeffizienten behaftete Austrittsarbeit

$$\psi = \psi_0 + \frac{d\psi}{dT} T \quad (2)$$

<sup>1)</sup> A. B. Cardwell, Phys. Rev. **47**, 628, 1935; L. A. du Bridge u. W. W. Roehr, ebenda **39**, 99, 1932; R. H. Fowler, ebenda **38**, 45, 1931; F. Krüger u. G. Stabenow, Ann. d. Phys. **22**, 713, 1935; A. L. Reimann, Proc. Roy. Soc. London (A) **163**, 499, 1937; A. T. Waterman u. I. G. Potter, Phys. Rev. **51**, 63, 1937. — <sup>2)</sup> Vgl. W. Schottky u. H. Rothe, Handb. d. Experimentalphys. **13/2**, 45, 1928.

in die Emissionsgleichung (1) ein, so erhält man vor der Exponentialfunktion den Faktor

$$A = A_0 e^{-\frac{d\psi}{dT}/k}. \quad (3)$$

Falls also der Temperaturkoeffizient  $d\psi/dT$  von Null verschieden ist, so wird bei der üblichen Ermittlung der Mengenkonzstante aus dem Ordinatenabschnitt der in logarithmischer Darstellung erhaltenen Richardsonschen Geraden ein Wert  $A$  bestimmt, der von dem theoretischen Wert  $A_0 = 120,4$  je nach der Größe des Temperaturkoeffizienten mehr oder weniger stark abweicht.

Bei den letzten, an reinen Metallen (W und Mo) durchgeführten Untersuchungen wurden für die Mengenkonzstante Werte zwischen 51 und 212 ermittelt<sup>1)</sup>. Die Abweichung dieser Werte vom theoretischen Wert 120,4 muß als gering bezeichnet werden, wenn man die geringe, auch aus der großen Streuung der Meßwerte ersichtliche Genauigkeit bei der Messung von  $A$  berücksichtigt. Die gemessene, geringe Temperaturabhängigkeit der Austrittsarbeit reiner Metalle wird also durch die für die Mengenkonzstante erhaltenen Werte durchaus bestätigt, so daß wir uns mit diesen reinen Metallen nicht mehr weiter zu befassen brauchen.

Ganz anders liegen dagegen die Verhältnisse bei den fremdstoffbedeckten Metallkathoden, wie Wolfram-Thorium, Wolfram-Caesium, Wolfram-Barium und bei der Oxydkathode. Die an diesen Kathoden gemessenen  $A$ -Werte liegen in der Größe von  $10^{-3} - 10$ , sie sind also ganz erheblich niedriger als der theoretische Wert. Hieraus ist zu folgern, daß die Austrittsarbeit dieser Kathoden erheblich mehr von der Temperatur abhängt als diejenige der reinen Metalle, und zwar muß der sich so ergebende Temperaturkoeffizient  $d\psi/dT$  ein positives Vorzeichen besitzen.

Andererseits liefern jedoch die bisher an solchen Kathoden durchgeführten Arbeiten für ein und dieselbe Kathodenart Werte des Temperaturkoeffizienten, die sowohl in der Größe als auch im Vorzeichen voneinander abweichen. Diese Abweichungen, auf die im einzelnen noch weiter unten eingegangen werden wird, sind zum Teil sicherlich darauf zurückzuführen, daß nach den Untersuchungen mit dem Elektronenmikroskop die betreffenden Kathoden an verschiedenen Stellen ihrer Oberfläche eine verschieden große Austrittsarbeit besitzen und infolgedessen vollkommen ungleichmäßig emittieren, und daß diese Tatsache bei den angeführten

<sup>1)</sup> Vgl. die Arbeiten von G. Johnson u. F. A. Vick, Proc. Roy. Soc. London (A) **158**, 35, 1937; A. L. Reimann, ebenda **163**, 499, 1937; H. Wahlin u. I. A. Reynolds, Phys. Rev. **48**, 751, 1935; H. Wahlin u. L. V. Whitney, ebenda **50**, 735, 1936.

Arbeiten nicht genügend berücksichtigt worden ist. Lediglich in einer Arbeit von King<sup>1)</sup> ist auf diese Tatsache hingewiesen worden, ohne daß jedoch ein abschließendes Ergebnis erhalten wurde. Es ist daher, damit die Frage der Temperaturabhängigkeit der Austrittsarbeit derartiger ungleichmäßig emittierender Kathoden eindeutig geklärt werden kann, unbedingt erforderlich, daß zunächst einmal der Einfluß untersucht wird, den die Verschiedenheit der Austrittsarbeit längs der Oberfläche auf diese Temperaturabhängigkeit besitzt.

Die so gegebene Fragestellung kann allerdings nicht allgemein behandelt werden, man muß vielmehr von einem bestimmten, möglichst allgemeingültigen Verlauf der Austrittsarbeit längs der Oberfläche der

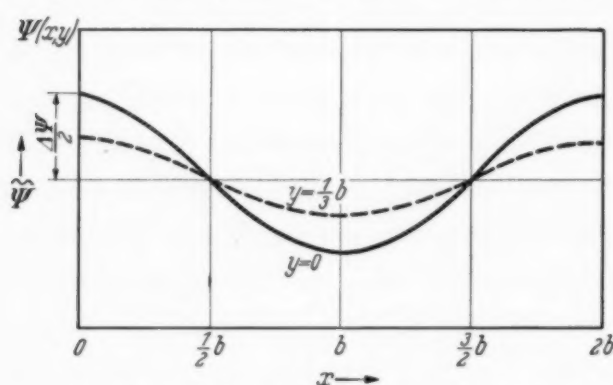


Fig. 1. Verlauf der Austrittsarbeit längs der Oberfläche einer fremdstoffbedeckten Metallkathode (nach I. A. Becker, Rev. Mod. Phys. 7, 107, 1935).

betreffenden Kathode ausgehen. Die eingehendste Untersuchung über den Verlauf der Austrittsarbeit an der Oberfläche fremdstoffbedeckter Kathoden ist von Becker<sup>2)</sup> durchgeführt worden, und zwar unter der Annahme, daß der die Kathode aktivierende Fremdstoff schachbrettartig über die Kathodenoberfläche verteilt ist, und daß die Stärke der Fremdstoffbe-

deckung innerhalb der einzelnen Schachbrettfelder gemäß einer Sinusfunktion verläuft. Über die Einzelheiten dieser Rechnung vergleiche die Arbeit von Becker, ihr Ergebnis betreffend die Abhängigkeit der Austrittsarbeit  $\psi$  von den Koordinaten  $x$  und  $y$  an der Kathodenoberfläche, dargestellt für ein Schachbrettfeld der Breite  $b$ , ist in der Fig. 1 wiedergegeben worden. Hiernach kann man in Übereinstimmung mit King<sup>3)</sup> die Austrittsarbeit durch die folgende Funktion darstellen

$$\psi(x, y) = \bar{\psi} + \frac{\Delta\psi}{2} \cos \frac{\pi x}{b} \cos \frac{\pi y}{b}, \quad (4)$$

worin  $\bar{\psi}$  den arithmetischen Mittelwert der Austrittsarbeit

$$\bar{\psi} = \frac{1}{b^2} \int_0^b \int_0^b \psi(x, y) dx dy \quad (5)$$

und  $\Delta\psi$  die maximale Austrittsarbeitsdifferenz längs der Oberfläche 0 bezeichnet.

<sup>1)</sup> A. King, Phys. Rev. 53, 570, 1938. — <sup>2)</sup> I. A. Becker, Rev. mod. Phys. 7, 107, 1935. — <sup>3)</sup> A. King, Phys. Rev. 53, 570, 1938.



Der so definierte arithmetische Mittelwert  $\bar{\psi}$  ist jedoch nicht maßgebend für den von der Kathode ausgesandten Emissionsstrom, da wegen der Exponentialfunktion in der Emissionsgleichung (1) die Stellen mit kleiner Austrittsarbeit bevorzugt emittieren. Der Mittelwert  $\bar{\psi}$  wird aus dem gleichen Grunde auch nicht bei der Ermittlung der Austrittsarbeit mit Hilfe der Richardson-Geraden erhalten, hierbei erhält man vielmehr einen anderen Mittelwert  $\bar{\psi}$ , der nach Heinze und Wagener<sup>1)</sup> in folgender Weise rechnerisch abgeleitet werden kann.

Der gesamte Sättigungsstrom einer ungleichmäßig emittierenden Kathode ergibt sich aus diesem Mittelwert  $\bar{\psi}$  der Austrittsarbeit entsprechend der Emissionsgleichung (1) zu

$$I_s = 0 \cdot A_0 T^2 \cdot e^{-\frac{\varepsilon \bar{\psi}}{k T}}. \quad (6)$$

Andererseits wird von jedem einzelnen Flächenelement  $dx \cdot dy$  der Kathodenoberfläche [ebenfalls nach Emissionsgleichung (1)] der Sättigungsstrom

$$dI_s(x, y) = A_0 T^2 e^{-\frac{\varepsilon \psi(x, y)}{k T}} dx dy \quad (7)$$

emittiert. Aus dieser Gleichung erhält man durch Integration über der Oberfläche der Kathode den gesamten Sättigungsstrom zu

$$I_s = A_0 T^2 \iint e^{-\frac{\varepsilon \psi(x, y)}{k T}} dx dy. \quad (8)$$

Durch Gleichsetzung von Gleichung (6) und (8) und durch Auflösung nach  $\bar{\psi}$  erhält man schließlich für den Wert  $\bar{\psi}$  die Beziehung

$$\bar{\psi} = \frac{k T}{\varepsilon} \cdot \ln \frac{0}{\iint e^{-\frac{\varepsilon \psi(x, y)}{k T}} dx dy} \quad (9)$$

Durch diese Gleichung ist also der für den Emissionsstrom maßgebende Mittelwert der Austrittsarbeit  $\bar{\psi}$ , der auch nach der Richardson-Methode erhalten wird, definiert.

Setzt man nun die durch Gleichung (4) gegebene Beziehung für die Austrittsarbeit  $\psi(x, y)$  in die Definitionsgleichung (9) ein, so erhält man:

$$\bar{\psi} = -\frac{k T}{\varepsilon} \cdot \ln \left\{ \frac{1}{0} \cdot e^{-\frac{\varepsilon \bar{\psi}}{k T}} \cdot \iint e^{-\frac{\varepsilon}{k T} \cdot \frac{\Delta \psi}{2} \cdot \cos \frac{\pi x}{b} \cos \frac{\pi y}{b}} dx dy \right\}.$$

Setzt man ferner zur Abkürzung das hierin vorkommende Integral

$$\frac{1}{0} \iint e^{-\frac{c}{T} \cos \frac{\pi x}{b} \cos \frac{\pi y}{b}} dx dy = F\left(\frac{c}{T}\right), \quad (10)$$

<sup>1)</sup> W. Heinze u. S. Wagener, ZS. f. Phys. 110, 164, 1938.

worin  $c = \frac{\varepsilon}{k} \cdot \frac{\Delta \psi}{2}$  ist, so wird der für den Emissionsstrom maßgebende Mittelwert

$$\bar{\psi} = \tilde{\psi} - \frac{k T}{\varepsilon} \ln F\left(\frac{c}{T}\right). \quad (11)$$

Die Funktion  $F(c/T)$  ist von King durch Berechnung des Integrals in (10) mit Hilfe einer Taylor-Entwicklung berechnet worden. Hiernach ist:

$$F\left(\frac{c}{T}\right) = 1 + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2n)!}{2^{4n} (n!)^4} \left(\frac{c}{T}\right)^{2n}. \quad (12)$$

Aus Gleichung (11) und (12) erkennt man, daß der Mittelwert  $\bar{\psi}$  unter den gemachten Voraussetzungen unabhängig von der jeweiligen Breite  $b$  der Schachbrettfelder ist und nur von der Größe des arithmetischen Mittelwertes der Austrittsarbeit  $\tilde{\psi}$  und von der maximalen Austrittsarbeitschwankung  $\Delta \psi$  abhängt.

Für unsere Fragestellung ist insbesondere der Temperaturkoeffizient  $d\bar{\psi}/dT$  von Bedeutung; für diesen erhält man durch Differentiation von (11)

$$\frac{d\bar{\psi}}{dT} = \frac{d\tilde{\psi}}{dT} + \frac{k}{\varepsilon} \left[ \frac{c}{T} \cdot \frac{\frac{d(c/T)}{dT}}{F(c/T)} - \ln F\left(\frac{c}{T}\right) \right]. \quad (13)$$

Aus dieser Gleichung für den Temperaturkoeffizienten folgt, daß auch dann, wenn der arithmetische Mittelwert der Austrittsarbeit temperaturunabhängig ist ( $\frac{d\tilde{\psi}}{dT} = 0$ ), der für den Emissionsstrom maßgebende Mittelwert  $\bar{\psi}$  im allgemeinen temperaturabhängig sein wird. Der Grund hierfür ist darin zu sehen, daß die Oberflächenelemente mit großer Austrittsarbeit bei höheren Temperaturen im Verhältnis mehr als bei niedrigen Temperaturen zur Emission beitragen, daß daher der Mittelwert der Austrittsarbeit bei höherer Temperatur mehr nach der Seite der großen Austrittsarbeiten zu liegt und daß infolgedessen der Temperaturkoeffizient der mittleren Austrittsarbeit positiv wird.

Zur Abschätzung der Größe des Temperaturkoeffizienten der mittleren Austrittsarbeit  $\bar{\psi}$  müssen Zahlenwerte eingeführt werden, wobei die von King angegebenen Werte für die Funktion  $F(c/T)$  und für ihren Differentialquotienten benutzt werden können. Das Ergebnis ist für  $\frac{d\tilde{\psi}}{dT} = 0$  und  $T = 1000^\circ$  in Tabelle 1 zusammengestellt.

Tabelle 1.

$e/T$	$A\psi$ Volt	$d\bar{\psi}/dT$ Volt/Grad	$e/T$	$A\psi$ Volt	$d\bar{\psi}/dT$ Volt/Grad
1	0,17	$0,10 \cdot 10^{-4}$	6	1,03	$1,39 \cdot 10^{-4}$
2	0,34	0,36	10	1,72	1,99
4	0,69	0,98			

Da z. B. bei der W-Th-Kathode der maximale Austrittsunterschied  $A\psi$  nach Becker und Ahearn<sup>1)</sup> bis zu 0,6 Volt beträgt, so ist bei derartigen Kathoden ein Temperaturkoeffizient  $d\bar{\psi}/dT$  von etwa  $10^{-4}$  Volt/Grad zu erwarten. Dieser Temperaturkoeffizient ist auch vorhanden, falls die Austrittsarbeit  $\psi(x, y)$  an den einzelnen Stellen der Kathodenoberfläche und dementsprechend auch der arithmetische Mittelwert vollkommen unabhängig von der Temperatur ist. Ein etwa vorhandener Temperaturkoeffizient von  $\tilde{\psi}$  muß zu dem oben angegebenen Temperaturkoeffizienten von  $\bar{\psi}$  noch hinzugefügt werden.

Nachdem so die Verhältnisse hinreichend geklärt worden sind, sollen nun im Anschluß hieran die bisher benutzten Methoden zur Messung der Temperaturabhängigkeit der Austrittsarbeit besprochen werden.

a) *Bestimmung des Temperaturkoeffizienten aus der Emissionsgleichung.* Bei der Ermittlung der Austrittsarbeit mit Hilfe der Richardsonschen Geraden wird, da der Temperaturkoeffizient  $d\bar{\psi}/dT$  nach (3) in die gemessene Mengenkongstante  $A$  eingeht, der auf  $T = 0$  extrapolierte Wert von  $\bar{\psi}$  erhalten. Auf diese Weise ist also eine Ermittlung des Temperaturkoeffizienten  $d\bar{\psi}/dT$  nicht möglich. Andererseits kann man jedoch die mittlere Austrittsarbeit  $\bar{\psi}$  aus der Emissionsgleichung (6) für jede Temperatur  $T$  unter Benutzung des theoretischen Wertes  $A_0 = 120,4$  berechnen und auf diese Weise durch Anwendung der Rechnung auf eine Reihe von Temperaturen den Temperaturkoeffizienten  $d\bar{\psi}/dT$  bestimmen. Dieses Verfahren ist zulässig, da nach Gysae und Wagener<sup>2)</sup> entgegen früheren Vermutungen der Wert  $A_0$  bei fremdstoffbedeckten Kathoden tatsächlich mit dem für reine Metalle gültigen Wert übereinstimmt.

Das Verfahren ist von King<sup>3)</sup> auf die W-Th-Kathode angewandt worden. Als Ergebnis wurde bei einer dem maximalen Emissionsstrom entsprechenden Th-Bedeckung ein Temperaturkoeffizient  $d\bar{\psi}/dT = 2,5 \cdot 10^{-4}$  Volt/Grad erhalten (bei  $T = 1000$  bis  $1300^\circ$  K).

<sup>1)</sup> I. A. Becker u. W. Ahearn, Phys. Rev. **54**, 448, 1938. — <sup>2)</sup> B. Gysae u. S. Wagener, ZS. f. techn. Phys. **19**, 264, 1938. — <sup>3)</sup> A. King, Phys. Rev. **53**, 570, 1938.

b) *Bestimmung mit Hilfe der lichtelektrischen Gesamtemission.* Bei dieser Methode wird die Austrittsarbeit aus der lichtelektrischen Gesamtemission, das heißt dem lichtelektrischen Elektronenstrom  $I_p$ , der von dem Licht eines schwarzen Strahlers der Temperatur  $T_s$  an der Kathode ausgelöst wird, bestimmt. Der Photoelektronenstrom  $I_p$  hängt bekanntlich von der Temperatur  $T_s$  in genau der gleichen Weise ab wie der Sättigungsstrom  $I_s$  von der Kathodentemperatur  $T$ , nämlich entsprechend der Richardsonschen Emissionsgleichung (6). Mißt man also  $I_p$  bei ver-

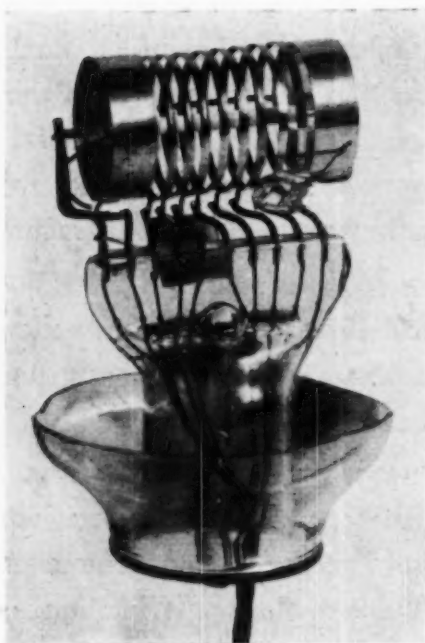


Fig. 2. Versuchsanordnung.

schiedenen Strahlertemperaturen  $T_s$ , so kann die mittlere Austrittsarbeit  $\bar{\psi}$  genau wie bei der thermischen Emission nach der Methode der Richardson-Geraden ermittelt werden. Der Unterschied besteht nur darin, daß in diesem Falle bei ein und derselben Ermittlung die Kathodentemperatur  $T$  fest bleibt und nur die Strahlertemperatur  $T_s$  geändert wird. Die Ermittlung der mittleren Austrittsarbeit kann daher bei verschiedenen Kathodentemperaturen durchgeführt und der Temperaturkoeffizient  $d\bar{\psi}/dT$  kann infolgedessen bestimmt werden.

Diese Methode wurde von Suhrmann und Deponte<sup>1)</sup> auf W-Ba-Kathoden angewandt, es wurde ein Temperaturkoeffizient  $d\bar{\psi}/dT$  von  $1-3 \cdot 10^{-4}$  Volt/Grad gefunden, dessen Größe von der von den Verfassern nicht näher angegebenen Bedeckung des Wolframs mit Barium abhängt.

c) *Bestimmung aus der Kennlinienverschiebung.* Bei dieser Methode wird die zu untersuchende Kathode als Anode benutzt, der ein W-Draht als Kathode gegenübergestellt wird. Der von diesem W-Draht zu der zu untersuchenden Kathode übergehende Elektronenstrom wird in Abhängigkeit von der Anodenspannung gemessen, das heißt, die Kennlinie des Systems „W-Draht zu untersuchende Kathode“ wird aufgenommen. Nach Gysae und Wagener<sup>2)</sup> ergibt in diesem Falle eine jede Änderung der Anodenaustrittsarbeit eine Parallelverschiebung  $\Delta U_A$  der Kennlinie

<sup>1)</sup> R. Suhrmann u. R. Deponte, ZS. f. Phys. **86**, 615, 1933. —

<sup>2)</sup> B. Gysae u. S. Wagener, ZS. f. techn. Phys. **19**, 264, 1938.



um einen Betrag, der der Änderung der Austrittsarbeit genau gleich ist. Nimmt man also die Kennlinie bei verschiedenen Temperaturen der Anode (der zu untersuchenden Kathode) auf, so kann man aus einer etwa beobachteten Parallelverschiebung der Kennlinie die Änderung der Austrittsarbeit mit der Temperatur ermitteln.

Diese Ausführungen gelten jedoch zunächst nur für Anoden, bei denen die Austrittsarbeit über die ganze Oberfläche gleich groß ist. Beim Vorhandensein von Austrittsarbeitsunterschieden liegen zwar grundsätzlich die gleichen Verhältnisse vor, jedoch ergibt sich die Frage, welchem Mittel-

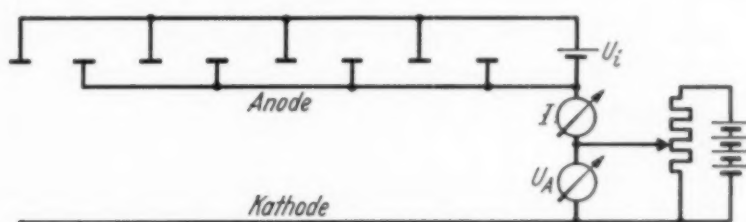


Fig. 3. Schaltskizze zur Versuchsanordnung.

wert der Austrittsarbeit eine etwa beobachtete Kennlinienverschiebung zuzuordnen ist. Die Entscheidung über diese Frage wurde experimentell herbeigeführt <sup>1)</sup>.

*Versuchsanordnung.* Die für die Versuche benutzten Röhren besaßen eine Oxydkathode und eine diese Kathode konzentrisch umgebende Ni-Anode (Durchmesser  $D = 5, 10, 15$  mm), die aus acht voneinander isolierten Ringen von einer Breite  $b = 1$  mm bestand (vgl. Fig. 2). An den Enden der Anode waren außerdem zwei weitere Schutzringe angebracht, die sich auf Kathodenpotential befanden und die dazu dienten, den Einfluß der kälteren Kathodenenden auszuschalten. Die für die Messung benutzte Schaltung ist in Fig. 3 dargestellt. An sämtlichen Anodenringen liegt eine gemeinsame, veränderliche Anodenspannung  $U_A$ . Außerdem wurde zur Erzielung einer ungleichmäßigen Potentialverteilung auf der Anode, die den Austrittsarbeitsunterschieden entsprechen sollte, an die einzelnen Ringe wahlweise eine bestimmte Spannung  $U_i$  gelegt. Es wurde untersucht, welchen Einfluß eine Änderung des Absolutwertes der zusätzlichen Spannung und ihrer Verteilung auf die einzelnen Ringe auf die Kennlinie der betreffenden Röhre besitzt. Hierbei wurden die Ringe, an denen die zusätzliche Spannung lag, stets möglichst gleichmäßig über die Anode verteilt. Die dementsprechend gewählten Verteilungen sind in einem Beispiel in Tabelle 2 zusammengestellt.

<sup>1)</sup> Vgl. die Dissertation B. Gysae, Techn. Hochschule Berlin 1938.

Tabelle 2.

Zusätzliche Spannung $U_1$ in Volt	Anzahl der Ringe $n_1$	Zusätzliche Spannung $U_2$ in Volt	Anzahl der Ringe $n_2$	$\Delta \tilde{\psi}$ in Volt berechnet
2	1	—	—	$2/8 = 0,25$
4	1	—	—	$4/8 = 0,50$
2	2	—	—	$4/8 = 0,50$
6	1	—	—	$6/8 = 0,75$
2	3	—	—	$6/8 = 0,75$
4	2	—	—	$8/8 = 1,00$
2	4	—	—	$8/8 = 1,00$
6	2	—	—	$12/8 = 1,50$
4	3	—	—	$12/8 = 1,50$
2	3	4	2	$14/8 = 1,75$
2	2	4	3	$16/8 = 2,00$
4	4	—	—	$16/8 = 2,00$
6	2	2	3	$18/8 = 2,25$
6	3	—	—	$18/8 = 2,25$
2	2	6	3	$22/8 = 2,75$
6	2	4	3	$24/8 = 3,00$
6	4	—	—	$24/8 = 3,00$
4	2	6	3	$26/8 = 3,25$

In dieser Tabelle sind die benutzten zusätzlichen Spannungen  $U_1$  bzw.  $U_2$  angeführt. Ferner ist die Anzahl der Ringe  $n_1$  bzw.  $n_2$  angegeben, an die die betreffende Spannung gelegt wurde. Die angelegten zusätzlichen Spannungen entsprechen einer Änderung der mittleren Austrittsarbeit  $\tilde{\psi}$  von

$$\Delta \tilde{\psi} = \frac{1}{N} \cdot \sum n_i U_i.$$

Diese Austrittsarbeitsänderung ist ebenfalls in die Tabelle eingetragen worden.

Für sämtliche der angegebenen Spannungsverteilungen wurde die Kennlinie einer jeden Röhre gemessen. Hierbei wurde durch das Anlegen der zusätzlichen Spannungen stets eine Parallelverschiebung  $\Delta U_A$  der Kennlinie erhalten. Diese Parallelverschiebung wurde ermittelt, indem die Differenzkurve zwischen der ursprünglichen und der verschobenen Kennlinie aufgetragen wurde (vgl. Fig. 4).

Der Betrag  $\Delta U_A$  der erhaltenen Parallelverschiebung ist nun mit der vorher berechneten Austrittsarbeitsänderung  $\Delta \tilde{\psi}$  zu vergleichen. Zu diesem Zweck sind die Werte von  $\Delta U_A$  in Abhängigkeit von  $\Delta \tilde{\psi}$  in der Fig. 5 aufgetragen worden. Wie man sieht, streuen die Meßwerte, insbesondere für den kleinsten benutzten Anodendurchmesser von 5 mm, verhältnismäßig stark. Diese Streuung ist auf Ungenauigkeiten im Abstand der einzelnen Anodenringe und auf Unterschiede zwischen ihrer Austritts-

arbeit zurückzuführen. Man erkennt jedoch deutlich, daß die Meßpunkte sich mit größer werdendem Anodendurchmesser einer unter  $45^\circ$  durch die Abbildung gelegten Grenzgeraden, für die also  $\Delta U_A = \Delta \tilde{\psi}$  ist, nähern. Dementsprechend nähert sich auch die Neigung der durch die Meßpunkte hindurchgelegten gemittelten geraden Linien mit wachsendem Anodendurchmesser dem Winkel  $45^\circ$ . Für genügend große Anodendurchmesser ist also demnach  $\Delta U_A = \Delta \tilde{\psi}$ .

Die Abhängigkeit des so erhaltenen Ergebnisses von der Größe des Anodendurchmessers  $D$  ist folgendermaßen zu erklären. Wenn die Ausdehnung  $b$  der ungleichmäßigen Stellen (Ringe) der Anode groß wird und in die Größe des Abstandes Anode—Kathode kommt, so kann die Anode nicht mehr als eine Gesamtheit mit Spannungsungleichmäßigkeiten betrachtet werden, sondern sie zerfällt dann in eine Reihe von Einzelanoden.

Es ergeben sich daher, wenn das Verhältnis  $\frac{b}{D/2}$  in die Nähe von 1 kommt,

Verzerrungen, die in der Abweichung der in Fig. 5 dargestellten geraden Linien von der Neigung  $45^\circ$  zum Ausdruck kommen. Nun ist jedoch in den praktisch vorkommenden Fällen nach den Untersuchungen von Becker<sup>1)</sup> und nach den Elektronenaufnahmen von Brüche und Mahl<sup>2)</sup> an W-Th- und von Heinze und Wagener<sup>3)</sup> an Oxydkathoden  $b \sim 10^{-4} - 10^{-3}$  cm. Da andererseits  $D/2$  bestimmt größer als  $1/10$  mm ist, so wird im ungünstigsten Falle immer noch  $\frac{b}{D/2}$  kleiner als 0,1 sein. Dieser Wert ist

wiederum noch kleiner als der bei unseren Versuchen benutzte kleinste Wert von  $\frac{b}{D/2} = 0,13$ . In allen praktisch vorkommenden Fällen wird daher die Gerade in Fig. 5 unter  $45^\circ$  verlaufen, das heißt also, es wird  $\Delta \tilde{\psi} = \Delta U_A$  sein.

Nach der Methode der Kennlinienverschiebung mißt man also im Gegensatz zu den beiden anderen erörterten Methoden die Änderungen des arithmetischen Mittelwertes  $\tilde{\psi}$  der Austrittsarbeit. Die durch die Mittelung bedingte Temperaturabhängigkeit des Mittelwertes  $\tilde{\psi}$  geht bei dieser Methode nicht ein. Die Messungen nach dieser Methode wurden zum größten Teil an W-Th-Kathoden durchgeführt, und zwar wurde von Langmuir<sup>4)</sup> ein positiver Temperaturkoeffizient von  $3,6 \cdot 10^{-4}$  (b. 850 bis 1400° K), von Gysae dagegen ein negativer Temperaturkoeffizient

<sup>1)</sup> I. A. Becker, Rev. mod. Phys. **7**, 107, 1935. — <sup>2)</sup> E. Brüche u. H. Mahl, ZS. f. techn. Phys. **16**, 623, 1935. — <sup>3)</sup> W. Heinze u. S. Wagener, ZS. f. techn. Phys. **17**, 645, 1936. — <sup>4)</sup> D. B. Langmuir, Phys. Rev. **49**, 428, 1936.

von  $-1, 1 \cdot 10^{-3}$  Volt/Grad (b. 1000 bis 1400° K) gemessen, während Reimann<sup>1)</sup> findet, daß der Temperaturkoeffizient der Austrittsarbeit bei W-Th innerhalb der Meßgenauigkeit ebenso groß ist wie bei reinem Wolfram (b. 300 bis 1100° K). Die Ergebnisse sind also sehr uneinheitlich; sie unterscheiden sich nicht nur im absoluten Betrag, sondern auch im

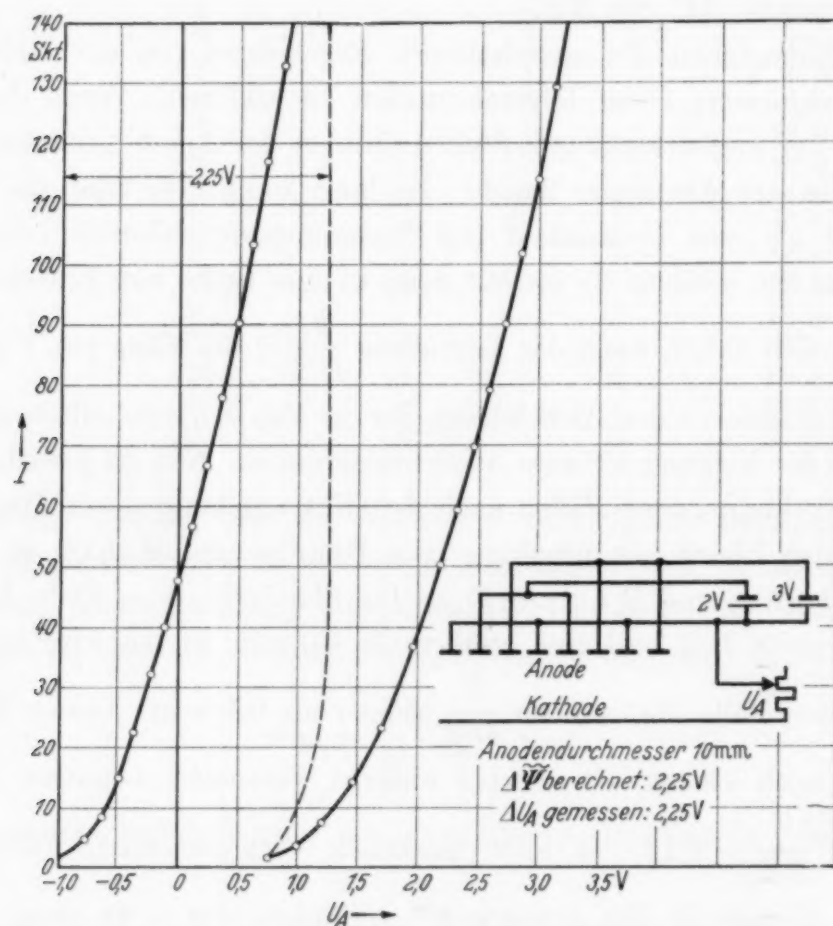


Fig. 4. Bestimmung der durch das Anlegen der zusätzlichen Spannungen  $U_i$  erhaltenen Kennlinienverschiebung.

Vorzeichen. Ein Vergleich wird dadurch erschwert, daß zum Teil die Fremdstoffbedeckungen, bei denen gemessen worden ist, nicht angegeben wurden. Die für die Messung benutzten Temperaturbereiche sind ebenfalls verschieden; Reimann wendet sich gegen die Messung bei höheren Temperaturen, da hierbei eine vor dem als Anode benutzten W-Th-Draht sich ausbildende Raumladung das Meßergebnis verfälschen soll.

Nimmt man an, daß die Einwände von Reimann und das von ihm erhaltene Meßergebnis richtig sind, so würde sich hieraus ergeben, daß

<sup>1)</sup> A. L. Reimann, Proc. Roy. Soc. London (A) 163, 499, 1937.



bei der W-Th-Kathode und wahrscheinlich auch bei ähnlichen fremdstoffbedeckten Kathoden die Austrittsarbeit an den einzelnen Stellen der Oberfläche lediglich die gleiche Temperaturabhängigkeit wie das reine Metall der Unterlage besitzt. Eine zusätzliche Temperaturabhängigkeit würde lediglich durch die Bildung des für den Emissionsstrom maßgebenden Mittelwertes  $\bar{\psi}$  in die Austrittsarbeit hineinkommen. Der für diese Abhängigkeit abgeschätzte Temperaturkoeffizient von einigen  $10^{-4}$  Volt/Grad wird auch bei Verwendung der Richardson-Gleichung (vgl. Punkt a) und mit

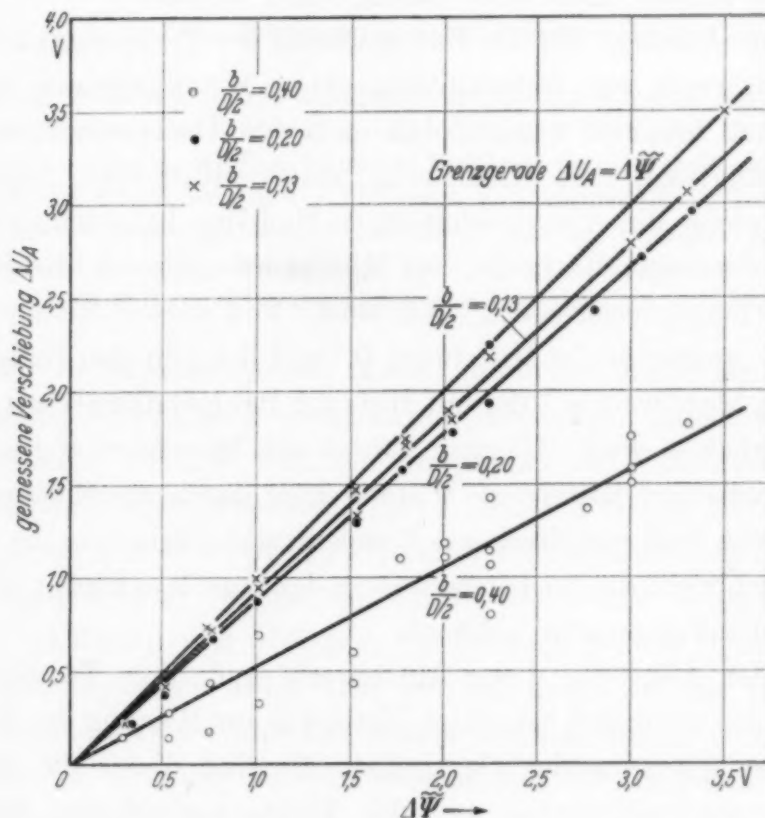


Fig. 5.  
Abhängigkeit der gemessenen Kennlinienverschiebung  $\Delta U_A$   
von der berechneten Austrittsarbeitsänderung  $\Delta \tilde{\psi}$ .

Hilfe der lichtelektrischen Gesamtemission (Punkt b) erhalten. Durch diese Temperaturabhängigkeit wären auch die mit Hilfe der Richardson-Geraden erhaltenen zu kleinen Werte der Mengenkonzante zum Teil erklärt.

Anders als bei den fremdstoffbedeckten Metallkathoden scheinen jedoch die Verhältnisse bei den Oxydkathoden zu liegen. Bei diesen wurde von Gysae mit Hilfe der Methode der Kennlinienverschiebung bei Temperaturen von 800 bis 1300° K ein positiver Temperaturkoeffizient von etwa  $10^{-3}$  Volt/Grad gemessen. Nach diesem Meßergebnis wäre also bei den Oxydkathoden nicht nur der Mittelwert der Austrittsarbeit sondern auch

die Austrittsarbeit an jeder einzelnen Stelle der Kathodenoberfläche von der Temperatur abhängig.

Durch diese Überlegungen sind die einzelnen Meßmethoden, die zur Messung der Temperaturabhängigkeit der Austrittsarbeit bisher benutzt worden sind, voneinander abgegrenzt, und ein Vergleich der mit diesen Meßmethoden erhaltenen Ergebnisse ist ermöglicht worden. Zu einer endgültigen Klärung der Größe der Temperaturabhängigkeit der Austrittsarbeit von fremdstoffbedeckten Kathoden und von Oxydkathoden müssen jedoch noch weitere Messungen durchgeführt werden.

*Zusammenfassung.* Bei der Untersuchung der Temperaturabhängigkeit der Austrittsarbeit von fremdstoffbedeckten Metallkathoden und Oxydkathoden muß beachtet werden, daß nach den Untersuchungen mit dem Elektronenmikroskop die Oberfläche dieser Kathoden ungleichmäßig emittiert. Infolge dieser ungleichmäßigen Emission kann man für die Austrittsarbeit derartiger Kathoden nur Mittelwerte angeben, die je nach der Art der Mittelung verschieden groß sind. Von diesen Mittelwerten sind wichtig der „arithmetische Mittelwert  $\bar{\psi}$ “ und der „für den Emissionsstrom maßgebende Mittelwert  $\bar{\psi}$ “, der mit Hilfe der Richardsonschen Emissionsgleichung erhalten wird. Hiervon besitzt der Mittelwert  $\bar{\psi}$  im Gegensatz zum arithmetischen Mittelwert  $\bar{\psi}$  stets einen durch die Mittelung hervorgerufenen, von Null verschiedenen Temperaturkoeffizienten, der auch dann vorhanden ist, wenn die Austrittsarbeit an den einzelnen Stellen der Kathode nicht von der Temperatur abhängt.

Nach der Ableitung dieser Mittelwerte und ihrer Temperaturkoeffizienten werden die bisher benutzten Methoden zur Messung der Temperaturkoeffizienten gegeneinander abgegrenzt. Es sind dieses die Bestimmung des Temperaturkoeffizienten aus der Emissionsgleichung, die Methode der lichtelektrischen Gesamtemission und diejenige der Kennlinienverschiebung. Hiervon liefern die ersten beiden Methoden den für den Emissionsstrom maßgebenden Austrittsarbeitsmittelwert  $\bar{\psi}$  bzw. dessen Temperaturkoeffizienten. Für die zuletzt angeführte Methode wird dagegen durch einen geeigneten Versuch gezeigt, daß mit ihr der arithmetische Mittelwert  $\bar{\psi}$  und der hierzu gehörige Temperaturkoeffizient erhalten wird. Bei der Besprechung der mit diesen Methoden bisher gewonnenen Versuchsergebnisse ergibt es sich, daß diese noch nicht dazu ausreichen, um die Frage nach der Temperaturabhängigkeit der Austrittsarbeit von Kathoden mit ungleichmäßig emittierender Oberfläche eindeutig zu beantworten.

Telefunken, Ges. f. drahtlose Telegraphie, Röhrenwerk Berlin.

(Mitteilung aus dem Physikalischen Institut der Technischen Hochschule  
Wien.)

## **Zeeman-Effekt des Xenonfunkenpektrums, Xe II. (II) \*).**

Von **Heinrich Angenetter.**

(Eingegangen am 18. Januar 1940.)

Die in einer früheren Arbeit mitgeteilten Zeeman-Effekte des Xenonfunkenpektrums werden durch Messung von 50 Linien erweitert. Die Analyse von Humphreys konnte in allen Punkten bestätigt werden und gestattet aus den Messungen die Ermittlung der  $g$ -Faktoren von insgesamt 59 Termen sowie die Prüfung des  $g$ -Summensatzes. Dieser zeigt sich für einzelne Konfigurationen nicht mehr erfüllt. Es wird gezeigt, daß die Ursache hierfür in der Wechselwirkung benachbarter Elektronenzustände zu suchen ist.

In der vorliegenden Arbeit werden die in der ersten Mitteilung<sup>1)</sup> über den gleichen Gegenstand angeführten Messungen durch weitere Linien vervollständigt, so daß nunmehr insgesamt 126 Xenonfunkenlinien auf ihren Zeeman-Effekt untersucht sind. Dieses Material gestattet, auf der Grundlage der von Humphreys<sup>2)</sup> veröffentlichten umfangreichen Analyse des Xe II-Spektrums, welche die Fehler der ersten Analyse von Humphreys, de Bruin und Meggers<sup>3)</sup>, die zum Teil in (I) auf Grund der Zeeman-Aufspaltungen aufgedeckt wurden, nicht enthält und 75 klassifizierte Terme aufweist, die Ermittlung der  $g$ -Faktoren von 59 Zuständen und damit die Prüfung des  $g$ -Summensatzes, die am Schlusse der Arbeit durchgeführt wird.

Die in (I) gefundenen Terme  $6d \cdot 4X_{5/2}$  und  $6d \cdot 4X_{3/2}$  sind identisch mit den Termen  $6d \cdot 4D_{5/2}$  und  $6d \cdot 4D_{3/2}$  von Humphreys. Die neu gemessenen Linien sind in der Tabelle 1 angeführt. Sie enthält auch einige Linien der Tabelle 1b aus der Arbeit (I), deren Typus dort wegen unvollständiger Auflösung nicht richtig angegeben war. Die experimentelle Anordnung war die gleiche wie in (I), es sei daher auf die dortige ausführliche Beschreibung verwiesen.

\*) Mit Mitteln der William G. Kerckhoff-Stiftung zu Bad Nauheim durchgeführt.

<sup>1)</sup> H. Angenetter, ZS. f. Phys. **114**, 636, 1939. — <sup>2)</sup> C. J. Humphreys, W. Bur. of Stand. Journ. of Res. **22**, 19, 1939. — <sup>3)</sup> C. J. Humphreys, T. L. de Bruin u. W. Meggers, ebenda **6**, 287, 1931.

Tabelle 1.

Int.	Wellenlg.	Termformel		Zeeman-Aufspaltung in LE.					Bemerkungen	
100	6990,88	$5d^4F_{9/2} - 6p^4D_{7/2}$	ber. beob.	(0,05) (0,00)	(0,15) (0,20)	(0,25) 1,15	(0,35) 1,28	0,98 1,38 0,97	1,08 1,48 1,28 1,18 1,58 1,68	Starkes Pseudotriplett
30	6512,83	$5d^2D_{3/2} - 6p^2P_{3/2}$	beob. ber.	(0,06) —	(0,20) (0,21)	1,15 —	1,28 1,26	1,41 —	— —	$\sigma$ -Komponenten nicht aufgelöst
10	6397,99	$6s^4P_{1/2} - 6p^4D_{5/2}$	ber. beob.	(0,54) (0,52)	0,83 0,83	1,92 —	— —	— —	— —	Als sehr schwaches Quartett beobachtet
20	6300,86	$5d^2P_{3/2} - 6p^2S_{1/2}$	ber. beob.	(0,50) (0,51)	0,62 0,63	1,62 —	— —	— —	— —	Schwaches, unscharfes Quartett, ungenau
30	6270,82	$(^1D) 6s^2D_{3/2} - (^1D) 6p^2F_{5/2}$	ber. beob.	(0,01) (0,00)	(0,04) —	0,91 0,92	0,94 —	0,97 —	— —	Pseudotriplett
20	6101,43	$5d^2D_{3/2} - 6p^2D_{3/2}$	ber. beob.	(0,06) —	(0,17) (0,18)	1,16 —	1,27 1,27	1,38 —	— —	Pseudoquartett
10	5971,13	$(^1D) 6s^2D_{3/2} - (^1D) 6p^2P_{3/2}$	ber. beob.	(0,24) —	(0,72) (0,71)	0,72 0,71	1,20 1,20	1,68 1,66	— —	Schwach, nur ungenau meßbar
10	5905,13	$6s^2P_{1/2} - 6p^2S_{1/2}$	ber. beob.	(0,79) (0,78)	1,33 1,33	— —	— —	— —	— —	Scharfes, aber schwaches Quartett
10	5893,29	$(^1D) 5d^2D_{3/2} - (^1D) 6p^2P_{3/2}$	ber. beob.	(0,15) (0,15)	(0,44) —	0,71 0,72	1,00 —	1,29 —	1,58 —	Bestätigung der nach Humphreys zweideutigen Termformel
20	5776,39	$5d^4P_{1/2} - 6p^2P_{3/2}$	ber. beob.	(1,34) (1,34)	1,34 1,34	— —	— —	— —	— —	Scharfes Triplet. In (I) ohne Termformel
30	5758,65	$(^1D) 5d^2D_{3/2} - (^1D) 6p^2F_{7/2}$	ber. beob.	— —	— —	— —	— —	— —	— —	Unscharfes Triplet
30	5726,91	$(^1D) 5d^2F_{5/2} - (^1D) 6p^2D_{5/2}$	ber. beob.	(0,05) —	(0,15) —	(0,26) (0,27)	0,97 —	1,07 —	1,17 1,27 1,18 —	Unscharfes Pseudoquartett



Tabelle 1 (Fortsetzung).

Int.	Wellenlg.	Termformel		Zeeman-Aufspaltung in L.E.						Bemerkungen
20	5616,67	$5d^2P_{3/2}-6p^2D_{3/2}$	ber. beob.	(0,12) (0,12)	(0,36)	1,00	1,24	1,50	1,75 1,76	Schwache Komponenten nicht beobachtet
30	5450,45	$5d^4P_{1/2}-6p^2D_{3/2}$	ber. beob.	(0,00) (0,00)	1,31 1,33	—	—	—	—	Scharfes Triplett
20	5445,45	$6p^2P_{1/2}-7s^2P_{1/2}$	ber. beob.	(0,07) (0,00)	1,12 1,12	—	—	—	—	$\pi$ -Komponentennicht auf- gelöst
50	5372,39	$6s^4P_{3/2}-6p^4P_{1/2}$	ber. beob.	(0,06) (0,00)	1,31 1,38	1,43	—	—	—	Nicht aufgelöste Struktur
10	5363,20	$6p^2D_{3/2}-7s^2P_{1/2}$	ber. beob.	(0,14) (0,14)	1,18 —	1,46 1,46	—	—	—	Unscharfes Quartett
30	5260,44	$6s^2P_{1/2}-6p^2P_{3/2}$	ber. beob.	(0,41) (0,40)	0,94 0,95	1,75 1,75	—	—	—	Scharfes Sextett
30	5261,95	$(^1D)6s^2D_{3/2}-(^1D)6p^2D_{3/2}$	ber. beob.	(0,05) —	(0,15) (0,13)	0,81 —	0,91 0,91	1,01 —	—	Unscharfes Pseudo- quartett
10	5178,82	$(^1D)6s^2D_{3/2}-(^1D)6p^2F_{5/2}$	ber. beob.	(0,20) —	0,33 —	(0,60)	0,73 0,71	(1,00) (1,02)	1,13 1,13	Sehr schwache Struktur, ungenau
10	5125,70	$(^1D)5d^2D_{3/2}-(^1D)6p^2D_{3/2}$	ber. beob.	(0,03) —	(0,10) —	(0,17) (0,17)	1,02 —	1,09 —	1,16 1,16	In (I) falsche <i>J</i> -Werte, nicht aufgelöste Struktur
20	5122,44	$6p^4P_{1/2}-7s^4P_{3/2}$	ber. beob.	(0,07) (0,00)	1,28 1,28	1,42	—	—	—	Nicht aufgelöste Struktur
50	5080,66	$6p^4D_{3/2}-7s^4P_{3/2}$	ber. beob.	(0,00) (0,00)	1,35 1,17	—	—	—	—	Falsch klassifiziert?
40	4972,71	$(^1D)6s^2D_{3/2}-(^1D)6p^2P_{3/2}$	ber. beob.	(0,05) (0,00)	(0,16) —	1,16 1,28	1,27 1,28	1,38 —	1,49 —	Pseudotriplett

Tabelle 1 (Fortsetzung).

Int.	Wellenlg.	Termformel		Zeeman-Aufspaltung in LE.					Bemerkungen
10	4884,15	$6p^4D_{1/2} - 6d^4P_{1/2}$	ber. beob.	(0,88) (0,89)	— —	1,38 1,39	— —	— —	Überdeckt von $\lambda$ 4883,53
10	4853,77	$(^1D) 5d^2D_{3/2} - (^1D) 6p^2D_{3/2}$	ber. beob.	(0,20) —	(0,60) (0,61)	0,65 —	1,05 1,05	1,45 1,45	Sehr schwache Struktur
10	4773,19	$(^1S) 5d^2D_{3/2} - 15_{3/2}$	ber. beob.	— (0,00)	— —	— 1,27	— —	— —	Unscharfes Triplett
20	4769,05	$5d^2D_{3/2} - (^1D) 6p^2F_{5/2}$	ber. beob.	(0,14) (0,14)	(0,43) —	0,49 0,48	1,07 —	1,36 —	Sehr enge Struktur
10	4787,77	$(^1D) 5d^2D_{3/2} - (^1D) 6p^2D_{3/2}$	ber. beob.	(0,01) (0,00)	(0,04) —	1,17 1,18	1,20 —	1,23 1,26	Pseudotriplett
20	4698,01	$6p^4D_{1/2} - 12_{3/2}$	ber. beob.	(0,18) —	(0,55) (0,54)	0,83 0,85	1,19 1,19	1,56 1,58	Teilweise überdeckt von $\lambda$ 4697,02 von Xe I, daher ungenau
20	4615,50	$5d^2D_{3/2} - (^1D) 6p^2P_{3/2}$	ber. beob.	(0,10) (0,00)	(0,30) —	0,94 0,94	1,14 —	1,34 —	Pseudotriplett
20	4592,05	$6p^4S_{3/2} - 6d^4P_{3/2}$	ber. beob.	(0,04) (0,00)	(0,13) —	1,09 1,08	1,18 —	1,27 —	Unter Annahme von $g(6d^4P_{3/2}) = 1,23$
50	4585,48	$6p^4D_{1/2} - 6d^4D_{1/2}$	ber. beob.	(0,03) (0,00)	(0,10) —	(0,24) —	1,23 —	1,30 —	Unscharfes Pseudotriplett
20	4577,06	$6p^4D_{1/2} - 6d^4D_{3/2}$	ber. beob.	(0,05) (0,00)	(0,15) —	(0,25) —	1,06 —	1,16 1,43	Pseudotriplett
40	4545,23	$6p^4D_{3/2} - 6d^4D_{7/2}$	ber. beob.	(0,06) (0,00)	(0,18) —	(0,30) —	1,06 —	1,18 1,65	In (I) als Übergang $J = 5/2$ zu $J' = 3/2$ bezeichnet

Tabelle 1 (Fortsetzung).

Tabelle 1 (Fortsetzung).

Int.	Wellenlg.	Termformel		Zeeman-Aufspaltung in L.E.					Bemerkungen		
40	4540,89	$6p^2D_{3/2} - ({}^1D) 7s^2D_{5/2}$	ber. beob.	— (0,00)	— —	— —	— —	— —	Unscharfes Triplett		
10	4536,92	$6p^4P_{1/2} - 6d^4D_{3/2}$	ber. beob.	(0,09) (0,00)	1,22 1,23	1,40 —	— —	— —	Sehr schwache Struktur		
20	4532,49	$5d^2D_{3/2} - ({}^1D) 6p^2F_{7/2}$	ber. beob.	(0,05) (0,00)	(0,14) —	(0,23) —	0,92 1,11	1,10 —	1,19 —	1,28 1,37	Unscharfes Triplett
20	4524,21	$6s^4P_{1/2} - 6p^2P_{3/2}$	ber. beob.	(0,56) (0,54)	0,79 0,80	1,91 1,92	— —	— —	— —	— —	Überdeckt von $\lambda$ 4524,68 Xe I
10	4521,86	$({}^1D) 6p^2D_{3/2} - ({}^1D) 6d^2F_{5/2}$	ber. beob.	— (0,00)	— —	— —	— —	— —	— —	— —	Unscharfes Triplett
50	4480,86	$6p^4D_{3/2} - 6d^4F_{5/2}$	ber. beob.	(0,12) —	(0,36) (0,36)	0,78 0,77	1,02 —	1,26 —	1,50 —	— —	Die Kanten der nicht auf- gelösten $\pi$ - und $\sigma$ -Grup- pen wurden gemessen
10	4440,95	$6p^4S_{3/2} - 6d^4P_{3/2}$	ber. beob.	(0,30) —	(0,90) (0,91)	0,42 0,43	1,02 1,01	1,62 1,60	— —	— —	Sehr schwache Struktur, ungenau!
10	4416,07	$6p^2D_{3/2} - 14_{1/2}$	ber. beob.	(0,16) (0,17)	(0,49) —	0,50 0,51	0,83 —	1,16 —	1,49 —	— —	Sehr enge Struktur, ungenau!
30	4414,84	$({}^1D) 6s^2D_{3/2} - ({}^1D) 6p^2D_{3/2}$	ber. beob.	(0,05) —	(0,16) —	(0,28) (0,29)	1,06 —	1,17 —	1,28 1,29	1,39 —	Pseudoquartett
40	4393,20	$6p^4S_{3/2} - 6d^2D_{3/2}$	ber. beob.	(0,04) (0,00)	(0,13) —	1,10 1,15	1,19 —	1,28 —	1,36 —	— —	Pseudotriplett
10	4384,93	$sp^6 \cdot S_{1/2} - 6p^4P_{1/2}$	ber. beob.	(0,28) (0,28)	— —	1,77 1,77	— —	— —	— —	— —	Scharfes, aber schwaches Quartett

Tabelle 1 (Fortsetzung).

Int.	Wellenlg.	Termformel		Zeeman-Aufspaltung in LE.							Bemerkungen	
100	4330,52	$6p^4D_{3/2} - 6d^4F_{7/2}$	ber.	(0,09)	(0,27)	(0,45)	0,73	0,91	1,09	1,27	1,45 1,63	Sehr starkes Pseudotrip- lett
			beob.	(0,00)	—	—	0,73	—	—	—	—	
10	4251,57	$6p^2P_{1/2} - (1D) 6d^2D_{3/2}$	ber.	—	—	—	—	—	—	—	—	Unscharfes Triplett
			beob.	(0,00)	—	1,04	—	—	—	—	—	
30	4223,00	$6p^2P_{3/2} - 14s_{1/2}$	ber.	(0,17)	(0,51)	0,50	0,84	1,18	1,52	—	—	Sehr enge Struktur
			beob.	(0,17)	(0,51)	0,51	0,85	—	—	—	—	
10	4037,59	$6p^2S_{1/2} - 6d^2D_{3/2}$	ber.	(0,52)	0,56	1,60	—	—	—	—	—	Überdeckt von $\lambda$ 4037,29
			beob.	(0,52)	0,55	1,60	—	—	—	—	—	$= 1/2 \rightarrow 3/2$

*Die g-Faktoren.* Die Auswertung aller 126 gemessenen Linienaufspaltungen ergab die in Tabelle 2 angeführten  $g$ -Werte. Einige davon weichen etwas von den in (I) veröffentlichten Zahlen ab. Dies ist darauf zurückzuführen, daß in (I) bei einigen Werten auch unaufgelöste Typen zur Ermittlung der  $g$ -Faktoren herangezogen wurden, deren Genauigkeit naturgemäß etwas geringer ist. In der vorliegenden Tabelle sind in den meisten Fällen nur ganz aufgelöste Strukturen zur  $g$ -Bestimmung herangezogen worden. Diejenigen  $g$ -Werte, bei denen dies nicht möglich war, sind mit einem \* versehen, ihre Verlässlichkeit ist demnach geringer als die der anderen Zahlen. Die Termbezeichnung weicht natürlich in einigen Fällen von (I) ab, entsprechend der richtigen Analyse von Humphreys.

*Der g-Summensatz.* Die  $g$ -Werte der Tabelle 2 gestatten die Überprüfung der  $g$ -Summenregel für einige Fälle. Bekanntlich wirkt sich eine Anomalie der Kopplung in einem Spektrum durch Abweichungen der  $g$ -Faktoren von den nach der Landéschen Formel, welche nur für Russel-Saunderssche Kopplung Gültigkeit hat, berechneten Werten aus. In dem Maße, als die Impulsquantenzahlen  $L$  und  $S$  ihre Bedeutung verlieren, nehmen diese Abweichungen zu. Sie sind bei den schweren Elementen besonders groß, sowie bei solchen Spektren, bei denen mehr als die Hälfte



Tabelle 2.

a) Terme mit der Grenze  $^3P$ .

$\nu$ (cm $^{-1}$ )	Konfiguration	Termsymbol	$g$ -beob.	$g$ -Landé
80194,57	$5s \cdot 5p^6$	$^2S_{1/2}$	2,06	2,00
78000,00		$^4P_{5/2}$	1,60	1,60
76004,06		$^4P_{3/2}$	1,37	1,73
69910,89		$^4P_{1/2}$	2,47	2,67
68269,34		$^2P_{3/2}$	1,60	1,33
66818,34		$^2P_{1/2}$	0,54	0,67
57363,07	$5p^4 \cdot 6s$	$^4D_{7/2}$	1,42	1,43
57556,11		$^4D_{5/2}$	1,36	1,37
54285,29		$^4D_{3/2}$	1,38	1,20
50653,53		$^4D_{1/2}$	0,50	0,00
59109,56		$^4P_{5/2}$	1,48	1,60
59276,32		$^4P_{3/2}$	1,60	1,73
57395,55		$^4P_{1/2}$	1,49	2,67
49439,60		$^4S_{3/2}$	1,32	2,00
47955,90		$^2D_{5/2}$	1,37	1,20
46778,90		$^2D_{3/2}$	1,33	0,80
47813,79		$^2P_{3/2}$	1,35	1,33
46497,38		$^2P_{1/2}$	1,20	0,67
49888,58	$5p^4 \cdot 6p$	$^2S_{1/2}$	2,12	2,00
71663,50		$^4F_{9/2}$	1,33	1,33
72245,54		$^4F_{7/2}$	—	1,24
69532,75		$^4F_{5/2}$	—	1,03
—		$^4F_{3/2}$	—	0,40
75630,80		$^4D_{7/2}$	1,37	1,43
75671,72		$^4D_{5/2}$	1,35	1,37
75034,96		$^4D_{3/2}$	1,18	1,20
74210,26		$^4D_{1/2}$	0,50	0,00
64593,23		$^4P_{5/2}$	—	1,60
63686,65		$^4P_{3/2}$	0,67	1,73
65120,86		$^4P_{1/2}$	1,34	2,67
—	$5p^4 \cdot 5d$	$^2F_{7/2}$	—	1,14
—		$^2F_{5/2}$	—	0,86
63061,15		$^2D_{5/2}$	1,24	1,20
63163,90		$^2D_{3/2}$	1,22	0,80
65755,07		$^2P_{3/2}$	1,12*	1,33
64162,29		$^2P_{1/2}$	1,77	0,67
38549,7		$^4P_{5/2}$	1,54	1,60
37879,2		$^4P_{3/2}$	1,35	1,73
36007,5		$^4P_{1/2}$	2,05	2,67
28686,2		$^2P_{3/2}$	1,59	1,33
28138,4		$^2P_{1/2}$	1,05*	0,67

Tabelle 2 (Fortsetzung).

$\nu$ (cm <sup>-1</sup> )	Konfiguration	Termsymbol	$g$ -beob.	$g$ -Landé
—	5p <sup>4</sup> · 6d	<sup>4</sup> F <sub>9/2</sub>	—	1,33
34470,7		<sup>4</sup> F <sub>7/2</sub>	1,18	1,24
31974,3		<sup>4</sup> F <sub>5/2</sub>	1,14*	1,03
31428,1		<sup>4</sup> F <sub>3/2</sub>	1,14	0,40
35561,2		<sup>4</sup> D <sub>7/2</sub>	1,48	1,43
35521,4		<sup>4</sup> D <sub>5/2</sub>	1,31	1,37
35360,2		<sup>4</sup> D <sub>3/2</sub>	1,31	1,20
32342,0		<sup>4</sup> D <sub>1/2</sub>	1,83	0,00
27669,0		<sup>4</sup> P <sub>5/2</sub>	1,23*	1,60
26928,2		<sup>4</sup> P <sub>3/2</sub>	0,72	1,73
30185,0		<sup>4</sup> P <sub>1/2</sub>	2,25	2,67
—		<sup>2</sup> F <sub>7/2</sub>	—	1,14
—		<sup>2</sup> F <sub>5/2</sub>	—	0,86
26683,4		<sup>2</sup> D <sub>5/2</sub>	1,23*	1,20
25128,3		<sup>2</sup> D <sub>3/2</sub>	1,08	0,80
—		<sup>2</sup> P <sub>3/2</sub>	—	1,33
25845,7	<sup>2</sup> P <sub>1/2</sub>	0,39	0,67	
b) Terme mit der Grenze <sup>1</sup> D.				
61505,25	5p <sup>4</sup> · 6s	<sup>2</sup> D <sub>5/2</sub>	1,33	1,20
58143,70		<sup>2</sup> D <sub>3/2</sub>	0,96	0,80
41004,37	5p <sup>4</sup> · 6p	<sup>2</sup> F <sub>7/2</sub>	1,15	1,14
42201,21		<sup>2</sup> F <sub>5/2</sub>	0,91*	0,86
38860,72		<sup>2</sup> D <sub>5/2</sub>	1,22	1,20
39144,64		<sup>2</sup> D <sub>3/2</sub>	0,86	0,80
41401,03		<sup>2</sup> P <sub>3/2</sub>	1,44	1,33
38327,31		<sup>2</sup> P <sub>1/2</sub>	0,71	0,67
—	5p <sup>4</sup> · 5d	<sup>2</sup> G <sub>9/2</sub>	—	1,11
—		<sup>2</sup> G <sub>7/2</sub>	—	0,89
56154,44		<sup>2</sup> F <sub>7/2</sub>	—	1,14
56317,32		<sup>2</sup> F <sub>5/2</sub>	1,12*	0,86
58364,92		<sup>2</sup> D <sub>5/2</sub>	1,15*	1,20
59741,47		<sup>2</sup> D <sub>3/2</sub>	1,25*	0,80
43541,0		<sup>2</sup> P <sub>3/2</sub>	—	1,33
44057,7		<sup>2</sup> P <sub>1/2</sub>	—	0,67
41819,9		<sup>2</sup> S <sub>1/2</sub>	—	2,00

einer nichtaufgefüllten Elektronenschale besetzt ist (Hund). Der letzte Umstand ist maßgebend für die auch schon bei Ne II und A II beobachteten Anomalien, während das hohe Atomgewicht bei den Spektren von Kr II und insbesondere bei dem hier untersuchten Xe II zur Auswirkung kommt.

Diese Anomalien haben ihre Ursache in der Wechselwirkung benachbarter Terme mit gleicher Quantenzahl  $J$ , die um so größer ist, je weiter die Multiplettaufspaltung wird, welche bekanntlich mit steigender Kernladungszahl stark zunimmt. Wie stark aber immer diese auf magnetischer Wechselwirkung beruhenden Störungen sind, die Summen der  $g$ -Werte der Terme mit gleichem  $J$  müssen, solange das Magnetfeld schwach ist und daher  $J$  seine Gültigkeit behält, unabhängig von der Kopplung sein und daher mit den Summen für den  $LS$ -Fall übereinstimmen. Theoretisch sind diese Summen über alle jene Terme zu erstrecken, die einer Wechselwirkung unterliegen, d. h. also zunächst über alle geraden und ungeraden Terme getrennt. Praktisch allerdings nur über jene, welche sich nennenswert stören, d. h. nicht zu weit voneinander entfernt sind und der gleichen Konfiguration angehören. Bei den leichteren Elementen mit kleiner Multiplettaufspaltung wird man also den  $g$ -Summensatz für die Terme der gleichen Konfiguration mit gleichem Rumpfzustand erfüllt erwarten. Bei Ne II und A II liegen diese Fälle vor. Bei Kr II muß man für die Terme mit  $J = 1/2$  der Konfiguration  $4p^4 \cdot 5p$  schon die Rumpfstände  $^3P$  und  $^1D$  zusammennehmen, um den  $g$ -Summensatz zu erfüllen. Rücken aber die Terme verschiedener Elektronenzustände mit gleichem Spiegelungscharakter (gerade oder ungerade) sehr nahe zusammen oder überdecken sich, dann gilt der  $g$ -Summensatz auch nicht mehr für die Terme einer Konfiguration, sondern muß auf zwei oder mehr ausgedehnt werden.

Die  $g$ -Summen der einzelnen Konfigurationen von Xe II sind, soweit dies möglich war, in den folgenden Tabellen 3 bis 7 gebildet.

Wie man sieht, ist der  $g$ -Summensatz im allgemeinen nicht mehr erfüllt. Die Terme der Konfigurationen  $5p^4 6s$ ,  $5p^4 5d$  und  $5p^6 5s$  liegen sehr nahe aneinander und überdecken sich, während z. B. bei Kr II die analogen Gruppen  $4p^4 5s$  und  $4p^4 4d$  noch getrennt sind. Das gleiche gilt für  $5p^4 7s$  und  $5p^4 6d$ . Bildet man die  $g$ -Summen der Terme mit  $J = 1/2$  und den Rumpfzustand  $^3P$ , dann ergibt sich:

$$\begin{aligned} \text{beobachtet:} \quad & \sum_{5s} g_i(\tfrac{1}{2}) + \sum_{6s} g_i(\tfrac{1}{2}) + \sum_{5d} g_i(\tfrac{1}{2}) \\ & = 2,06 + 3,01 + 3,61 = 8,68, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{berechnet:} \quad & \sum_{5s} g_i(\tfrac{1}{2}) + \sum_{6s} g_i(\tfrac{1}{2}) + \sum_{5d} g_i(\tfrac{1}{2}) \\ & = 2,00 + 3,34 + 3,34 = 8,68, \end{aligned}$$

also in beiden Fällen der gleiche Wert. Für  $J = 3/2$  kann wegen des unbekannten Terms  $5d \cdot ^4F_{3/2}$  die Prüfung nicht vorgenommen werden. Die

Anomalie der  $g$ -Faktoren und die damit verbundene komplizierte Termstruktur ist damit, wie schon Humphreys in seiner Analyse bemerkt, auf die anomale Kopplung und die Wechselwirkung verschiedener Kon-

Tabelle 3. Terme von  $5p^6 5s$ .

$J = 1/2$	$g$ -Werte	
	beob.	$LS$
$2S_{1/2}$	2,06	2,00
Summe	2,06	2,00

Tabelle 4. Terme von  $5p^4 6s$ .

Grenze	$J = 1/2$	$g$ -Werte		$J = 3/2$	$g$ -Werte		$J = 5/2$	$g$ -Werte	
		beob.	$LS$		beob.	$LS$		beob.	$LS$
$3P$	$4P_{1/2}$	2,47	2,67	$4P_{3/2}$	1,37	1,73	$4P_{5/2}$	1,60	1,60
	$2P_{1/2}$	0,54	0,67	$2P_{3/2}$	1,60	1,33			
	Summe	3,01	3,34		2,97	3,06		1,60	1,60
$1D$	—	—	—	$2D_{3/2}$	0,96	0,80	$2D_{5/2}$	1,33	1,20
	Summe	—	—		0,96	0,80		1,33	1,20
Gesamtsumme		3,01	3,34		3,93	3,86		2,93	2,80

Tabelle 5. Terme von  $5p^4 6p$ .

Grenze	$J = 1/2$	$g$ -Werte		$J = 3/2$	$g$ -Werte		$J = 5/2$	$g$ -Werte		$J = 7/2$	$g$ -Werte	
		beob.	$LS$		beob.	$LS$		beob.	$LS$		beob.	$LS$
$3P$	$4D_{1/2}$	0,50	0,00	$4D_{3/2}$	1,38	1,20	$4D_{5/2}$	1,36	1,37	$4D_{7/2}$	1,42	1,43
	$4P_{1/2}$	1,49	2,67	$4P_{3/2}$	1,60	1,73	$4P_{5/2}$	1,48	1,60			
	$2P_{1/2}$	1,20	0,67	$4S_{3/2}$	1,32	2,00	$2D_{5/2}$	1,37	1,20			
	$2S_{1/2}$	2,12	2,00	$2D_{3/2}$	1,33	0,80						
				$2P_{3/2}$	1,35	1,33						
Summe		5,31	5,34		6,98	7,06		4,21	4,17		1,42	1,43
$1D$	$2P_{1/2}$	0,71	0,67	$2D_{3/2}$	0,86	0,80	$2F_{5/2}$	0,91*	0,86	$2F_{7/2}$	1,15	1,14
				$2P_{3/2}$	1,44	1,33	$2D_{5/2}$	1,22	1,20			
Summe		0,71	0,67		2,30	2,13		2,13	2,06		1,15	1,14
Gesamtsumme		6,02	6,01		9,28	9,19		6,34	6,23		2,57	2,57



Tabelle 6. Terme von  $5p^4 7s$ .

Grenze	$J = 1/2$	g-Werte		$J = 3/2$	g-Werte		$J = 5/2$	g-Werte	
		beob.	L S		beob.	L S		beob.	L S
$^3P$	$^4P_{1/2}$	2,05	2,67	$^4P_{3/2}$	1,35	1,73	$^4P_{5/2}$	1,54	1,60
	$^2P_{1/2}$	1,05	0,67	$^2P_{3/2}$	1,59	1,33			
	Summe	3,10	3,34		2,94	3,06		1,54	1,60

Tabelle 7. Terme von  $5p^4 5d$  und  $5p^4 6d$ .

Grenze	Konfig.	$J = 1/2$	g-Werte		Konfig.	$J = 1/2$	g-Werte	
			beob.	L S			beob.	L S
$^3P$	$5p^4 5d$	$^4D_{1/2}$	0,50	0,00	$5p^4 6d$	$^4D_{1/2}$	1,83	0,00
		$^4P_{1/2}$	1,34	2,67		$^4P_{1/2}$	2,25	2,67
		$^2P_{1/2}$	1,77	0,67		$^2P_{1/2}$	0,39	0,67
	Summe		3,61	3,34			4,47	3,34

figurationen zurückgeführt. Besonders der Term  $5p^6 5s \cdot ^2S_{1/2}$  zeigt deutlich die Wechselwirkung mit den benachbarten Elektronenzuständen, da sein  $g$ -Wert unabhängig von der Kopplung 2,00 sein müßte. Es verlieren demnach nicht nur die Quantenzahlen  $L$  und  $S$ , sowie die Rumpfungszustände  $^3P$ ,  $^1D$ ,  $^1S$ , und damit auch die ganze Russel-Saunderssche Termsymbolik ihre Gültigkeit, sondern im hohen Maße auch die Konfigurationen  $5p^4 6s$ ,  $5p^4 5d$  usw. Die Abweichungen der  $g$ -Summen von  $5p^4 6p$ , namentlich für  $J = 3/2$  und  $J = 5/2$  sind wohl auf Störungen durch nicht beobachtete ungerade Terme, z. B.  $5p^4 5f$  zurückzuführen.

Eine analoge Prüfung von  $5p^4 6d$  und  $5p^4 7s$ , von denen alle  $g$ -Werte für  $J = 1/2$  ermittelt werden konnten, zeigt keine Erfüllung der  $g$ -Summenregel, vielmehr ist die beobachtete Summe viel zu groß:

$$\text{beobachtet: } \sum_{7s} g_i(\tfrac{1}{2}) + \sum_{6d} g_i(\tfrac{1}{2}) = 3,10 + 4,47 = 7,57,$$

$$\text{berechnet: } \sum_{7s} g_i(\tfrac{1}{2}) + \sum_{6d} g_i(\tfrac{1}{2}) = 3,34 + 3,34 = 6,68.$$

Dies deutet auf weitere gerade Terme, welche die Störung hervorrufen, hin. Andeutungen hierfür finden sich in Humphreys Tabelle der unklassifizierten Terme. Auffallend groß ist der  $g$ -Faktor von  $6d^4 D_{1/2}$ , nämlich  $g = 1,83$ , der bei  $LS$ -Kopplung und ohne Störungen verschwinden

sollte. Möglicherweise wäre dieser Term durch einen anderen von der gleichen Größenordnung zu ersetzen, um eine bessere Übereinstimmung zu erzielen.

Abschließend kann man sagen, daß auf Grund der Termstruktur und des Zeeman-Effektes beim Spektrum von Xe II die Grenzen der Gültigkeit für die übliche Klassifikation bereits überschritten sind. Es tritt dies schon bei den tiefen Termen deutlich in Erscheinung und nimmt erwartungsgemäß bei den höher angeregten Zuständen zu.

Der William G. Kerckhoff-Stiftung, Bad Nauheim, möchte ich für die materielle Unterstützung dieser Arbeit auch an dieser Stelle meinen Dank aussprechen.

Wien, am 14. Januar 1940.

---

Unt  
von  
Stra  
Verl  
ermi  
die  
Zwis  
Ben

Stra  
Inte  
und  
pun  
dies  
läng  
Frag  
Stra  
gene  
ator

Frag  
gest  
heut  
zwis

Seit  
verl  
Em  
Übe  
emi

## Intensitätsfragen im Gebiet sehr kurzer elektrischer Wellen.

Von Hans Klumb.

(Eingegangen am 12. Januar 1940.)

Unter Benutzung des bisher bekannten Tatsachenmaterials über die im Gebiet von 1 cm bis  $1 \cdot 10^{-2}$  cm Wellenlänge hergestellten Intensitäten sowie der Strahlungsgesetze wird versucht, ein Bild des im Übergangsgebiet auftretenden Verlaufs der herstellbaren Strahlungsintensitäten mit der Wellenlänge zu ermitteln. Es wird gezeigt, daß das vorhandene Beobachtungsmaterial sowie die Berücksichtigung der Strahlungsgesetze zur Annahme der Existenz eines Zwischengebietes führen, in dem elektromagnetische Strahlungsenergie unter Benutzung der bisher bekannten Verfahren nur mit kleinen Intensitäten erzeugbar ist.

Für die meisten Frequenzgebiete des Spektrums der elektromagnetischen Strahlung ist die Frage nach der Erzeugbarkeit bestimmter, maximaler Intensitäten und dem Zusammenhang zwischen herstellbaren Intensitäten und Frequenz aus physikalischen (prinzipiellen) oder technischen Gesichtspunkten heraus mit einer gewissen Sicherheit beantwortbar. Alle Angaben dieser Art werden unsicher im Gebiet von 1 cm bis  $1 \cdot 10^{-2}$  cm Wellenlänge. Gerade in diesem Frequenzgebiet ist jedoch die obengenannte Fragenstellung von Bedeutung, weil es als Übergangsgebiet zwischen der Strahlung makroskopischer Oszillatoren (Funkenoszillatoren, Röhrengeneratoren usw.) und der Strahlung elementarer, d. h. molekularer oder atomarer Strahler ein prinzipielles Interesse besitzt.

Es soll im folgenden versucht werden, auf Grund des bisher über die Frage vorhandenen — vorläufig noch spärlichen — Tatsachenmaterials, gestützt auf Erfahrungen und Ergebnisse eigener Untersuchungen, ein heuristisches Bild des wahrscheinlichen Intensitätsverlaufs im Gebiet zwischen 1 cm und  $1 \cdot 10^{-2}$  cm Wellenlänge zu entwerfen.

*1. Strahlung elementarer Oszillatoren.* Betrachtet man die kurzwellige Seite des oben definierten Übergangsgebietes, d. h. das Gebiet quantenhaft verlaufender Strahlungsvorgänge (ultrarot), so ergibt sich für alle mit Emission oder Absorption von elektromagnetischer Strahlung verbundene Übergänge in elementaren Strahlern die Intensität der von einem Strahler emittierten Strahlung als proportional der betreffenden Übergangswahr-

scheinlichkeit bzw. dem der Übergangswahrscheinlichkeit proportionalen Oszillatorenstärken <sup>1)</sup>).

Die Größe der Übergangswahrscheinlichkeit zwischen zwei Zuständen  $i$  und  $k$  ist gegeben durch den Ausdruck:

$$W = \frac{64}{3} \cdot \frac{\pi^4}{c^3} \cdot \frac{e^2}{h} \nu_{ik}^3 \sum_{Q(ik)} |q_{ik}|^2,$$

wobei  $\nu$  die Frequenz der absorbierten oder emittierten Strahlen,  $W$  die Übergangswahrscheinlichkeit bedeutet. Unter Berücksichtigung der Beziehungen:

$$h \nu_{ik} = E_i - E_k$$

ergibt sich die Intensität  $J_{ik}$  als proportional dem Ausdruck:

$$\frac{64 \pi^4 \cdot e^2}{3 c^3} \nu_{ik}^4,$$

d. h. die möglichen Strahlungsintensitäten aller Systeme quantenhafter Strahler fallen prinzipiell nach längeren Wellen zu mit der vierten Potenz der Frequenz ab. Dies gilt entsprechend auch für Hohlraumstrahler und nichtschwarze Temperaturstrahler. Für den schwarzen Strahler ergibt die Plancksche Strahlungsform den Intensitätsverlauf zu:

$$E_\lambda d\lambda = \frac{c^2 h}{e^{kT} - 1} \cdot \frac{1}{\lambda^5},$$

wodurch zugleich im langwelligen Teil des Spektrums eine obere Grenze für die in diesem Frequenzgebiet mit elementaren Strahlern herstellbare Strahlungsintensität festgelegt ist. Den hieraus sich ergebenden Intensitätsabfall für einen schwarzen Körper von 3000° K, für Wellenlängen zwischen  $5 \cdot 10^{-1}$  und  $1 \cdot 10^{-2}$  cm bei einem Wellenlängenintervall von 100  $\mu$  gibt Tabelle 1 wieder.

Tabelle 1. Strahlungsintensitäten des schwarzen Körpers von 3000° K für ein Wellenlängenintervall 100  $\mu$  \*).

Wellenlänge in $\mu$	Strahlungsintensitäten in erg/s cm <sup>2</sup>	Wellenlänge in $\mu$	Strahlungsintensitäten in erg/s cm <sup>2</sup>
100	$2,47 \cdot 10^2$	2000	$3,1 \cdot 10^{-2}$
500	$1,98 \cdot 10^0$	5000	$2 \cdot 10^{-3}$
1000	$2,4 \cdot 10^{-1}$		

\*) Berechnet nach Rayleigh-Jeans.

<sup>1)</sup> R. Ladenburg, ZS. f. Phys. 4, 451, 1921.



Die Untersuchungen der langwelligen Strahlung des Quecksilberdampfes <sup>1)</sup> liefern hierfür eine Bestätigung. Versuche, die darauf hinzudeuten schienen, daß eine Durchbrechung dieser Beziehungen möglich sei, wie z. B. die Untersuchungen von Levitzkaja <sup>2)</sup> über die Herstellung einer langwelligen Strahlung durch Beschuß von Magnesiumoxyd mit schnellen Elektronen, haben sich nach sorgfältigen Untersuchungen des Verfassers gemeinsam mit Erb <sup>3)</sup> nicht bestätigen lassen.

2. *Strahlung makroskopischer Oszillatoren.* Betrachtet man das Strahlungsgebiet makroskopischer Oszillatoren, so ist dort ein rascher Abfall der Strahlungsintensitäten beim Übergang von längeren zu kürzeren Wellen bei allen bekannten Anordnungen wie Funkenoszillatoren, Bremsfeldoszillatoren — wozu auch alle mit längs- oder quergesteuerten Elektronenstrahlen arbeitenden Vorrichtungen zu zählen sein dürften <sup>4)</sup> — und Magnetronoszillatoren zu beobachten. Versuche des Verfassers gemeinsam mit Rottgardt über die Herstellbarkeit von Strahlungsintensitäten mit Magnetronrohren, die sich auf einen Wellenlängenbereich von 90 mm bis abwärts zu 9 mm erstreckten, ergaben, unabhängig von den verwendeten Magnetronkonstruktionen, einen Intensitätsabfall, der im wesentlichen eine Bestätigung der im Jenaer Institut durchgeführten quantitativen Messungen bedeutet. Tabelle 2 gibt die von Esau und seinen Schülern <sup>5)</sup> gemessenen Strahlungsintensitäten als Funktion der Wellenlänge.

Tabelle 2. Strahlungsintensitäten von Magnetronrohren als Funktion der Wellenlängen.

Wellenlänge in cm	Strahlungsintensitäten in Watt	Wellenlänge in cm	Strahlungsintensitäten in Watt
8	$7,5 \cdot 10^{-1}$	0,75	$3 \cdot 10^{-6}$
2,8	$2,5 \cdot 10^{-2}$	0,49	$3 \cdot 10^{-7}$
1,5	$1,4 \cdot 10^{-5}$		

<sup>1)</sup> H. Rubens u. O. V. Baeyer, Berl. Ber. 1911, S. 339 u. 666; G. Laski, ZS. f. Phys. **10**, 353, 1922; E. F. Nichols u. J. E. Tear, Astroph. Journ. **61**, 17, 1925; W. Kröbel, ZS. f. Phys. **56**, 114, 1929; B. Koch, Ann. d. Phys. 1938, S. 335; W. Dahlke, ZS. f. Phys. **114**, 205—214, 1939. — <sup>2)</sup> M. Lewitzkaja, Phys. ZS. d. USSR. **10**, 397, 1936. — <sup>3)</sup> T. Erb u. H. Klumb, ZS. f. Phys. **114**, 519—524, 1939. — <sup>4)</sup> A. Arsenjewa u. K. Heil, ZS. f. Phys. **95**, 752—762, 1935; E. Brüche u. A. Recknagel, Hochfrequenztechn. u. Elektroakustik **50**, 203, 1939, sowie H. E. Hollmann u. A. Thoma, ebenda **49**, 109, 1939; **49**, 145, 1939; A. V. Haeft, Electronics 1939, Februarheft, S. 30—32; ebenda 1939, Aprilheft, S. 9—11 (76); W. C. Hahn, Proc. Inst. of Rad. Eng. 1939, Rebruarheft, S. 106 bis 116. — <sup>5)</sup> H. Richter, ZS. f. Hochfrequenztechn. **51**, 10, 1938.

Von ähnlicher Größenordnung sind im Gebiet der mm-Wellen auch die von Cleeton<sup>1)</sup> bei 6,5 mm Wellenlänge gemessenen Werte. Ebenso scheinen die Untersuchungen von Nichols und Tear<sup>2)</sup> mit Funkenoszillatoren, wenn man eine plausible Annahme für die Empfindlichkeit der von ihnen zum Strahlungsnachweis verwandten Radiometer zugrunde legt, im kurzwelligsten Gebiet Intensitäten ähnlicher Größenordnung zu liefern.

Während nach Untersuchungen von Rice<sup>3)</sup> mit Magnetronrohren im cm-Gebiet noch Strahlungsintensitäten von einigen Watt herstellbar sind, fällt die Intensität aller bisher bekannten Strahler bei Wellenlängen kleiner als 0,5 cm auf die Größenordnung  $10^{-6}$  bis  $10^{-7}$  Watt ab. Beim Übergang zur Strahlung atomarer oder molekularer Gebilde sind zunächst die pro Flächeneinheit des Strahlers erzielbaren Intensitäten ähnlich klein und steigen beim Übergang zu noch kürzeren Wellen in einer physikalisch prinzipiell vorgegebenen Weise an.

Das bisher bekannte Versuchsmaterial deutet darauf hin, daß sich zwischen dem Anwendungsgebiet makroskopischer Strahler und dem atomarer Strahler ein Spektralbereich befindet, in dem elektromagnetische Schwingungsenergie nur mit sehr kleiner Intensität herstellbar ist, d. h. es tritt eine Intensitätslücke auf. In diesem Bereich gehen Strahlungsintensitäten makroskopischer Oszillatoren — dies ist die zur Zeit plausibelste Annahme — stetig in die Intensitätswerte über, die sich mit atomaren Oszillatoren erreichen lassen.

*Diskussion.* Die bisher für das Übergangsbereich bekannten Intensitätswerte sprechen für die Existenz eines Gebietes minimaler Strahlungsintensität im Spektrum der elektromagnetischen Strahlung zwischen 5 und 0,5 mm Wellenlänge. Während der Intensitätsverlauf auf der kurzwelligen Seite dieses Minimums physikalisch prinzipiell vorgegeben ist, läßt sich eine ähnlich zwingende Beweisführung für einen notwendigen Intensitätsabfall auf der langwelligen Seite des Minimums vorderhand nicht geben. Abgesehen davon, daß aus formalen Gründen die Existenz eines solchen Übergangsbereiches befriedigend erscheint, läßt sich aber folgendes sagen: Da bis heute die Anregung makroskopischer Schwingungskreise im Gebiet sehr kurzer Wellen in hohen Oberschwingungen schwierig ist, so bedingt jede Verkleinerung der Wellenlänge bei allen bisher bekannten Erzeugungsverfahren eine Verkleinerung der Schwingungskreise, d. h. der Elektroden. Da bei einer solchen Verkleinerung die thermische Belastbar-

<sup>1)</sup> C. E. Cleeton u. N. A. Williams, Phys. Rev. **50**, 1091, 1936.; N. A. Williams, Journ. of Appl. Phys. **8**, 656, 1937. — <sup>2)</sup> E. F. Nichols u. J. E. Tear, Proc. nat. Akad. sci. **9**, 211, 1923; E. F. Nichols u. J. E. Tear, Phys. Rev. **21**, 587, 1923; W. Möbius, Ann. d. Phys. **62**, 293, 1920. — <sup>3)</sup> C. H. Rice, Gen. elektr. Rev. **39**, 363, 1936.

keit mit dem Quadrat der linearen Dimensionen abnimmt, womit gleichzeitig im allgemeinen auch eine wachsende Fehlanpassung verbunden ist, so dürfte man mit abnehmender Wellenlänge einen Intensitätsabfall, angenähert mit der vierten Potenz der Wellenlänge, erwarten. Berücksichtigt man gleichzeitig die mit der Verkleinerung der Dimensionen verbundene Verschlechterung der geometrischen Verhältnisse (Anodendurchmesser werden von der Größenordnung der Kathodendurchmesser, Schlitzbreiten werden von der Größenordnung der Anodendurchmesser usw.), so läßt dies im Gebiet unterhalb 1 cm einen noch rascheren Intensitätsabfall verständlich erscheinen<sup>1)</sup>.

Analoge Verhältnisse liegen auf dem Gebiete des Empfanges vor. Während sich nach Untersuchungen des Verfassers mit Odenwald Wellen bis etwa 30 mm Wellenlänge noch mit Trioden bei relativ kleinem Aufwand nachweisen lassen und auch das Magnetronrohr bis zu den kürzesten Wellen als Nachweisverfahren prinzipiell brauchbar ist, gelten für beide Nachweisverfahren und den Abfall ihrer Empfindlichkeit nach dem Kurzwellengebiet dem über die Sender ausgesagten ähnliche Gesichtspunkte. Über die Empfindlichkeit des Kristalldetektors<sup>2)</sup> lagen bisher Messungen unterhalb 1 cm nicht vor, doch deuteten eigene Beobachtungen darauf hin, daß auch hier unterhalb 1 cm ein Abfall der Empfindlichkeit auftritt. Inzwischen haben Untersuchungen gemeinsam mit Koch<sup>3)</sup> ergeben, daß die Empfindlichkeit der für das cm-Gebiet besonders brauchbaren Wolfram-Silizium-Detektoren im Gebiet unterhalb 1 mm Wellenlänge ( $\lambda = 100$  bis  $400 \mu$ ) nicht mehr meßbar ist, so daß auch der Verwendbarkeit der bisher bekannten Nachweisverfahren hoher Empfindlichkeit im Übergangsbereich wachsende Schwierigkeiten entgegentreten. Man ist daher auf die Verwendung thermischer Nachweisverfahren (Radiometer, Bolometer, Thermoelemente<sup>4)</sup>) angewiesen, da lichtelektrische oder photoelektrische Effekte in diesem Gebiet nicht mehr zu erwarten sind.

Diese Überlegungen legen die Annahme nahe, daß der Herstellung und dem Nachweis von Strahlungsintensität im oben abgegrenzten Übergangsbereich teilweise prinzipielle Grenzen gezogen sind, deren Wirkung sich im Auftreten eines Gebietes prinzipiell kleiner elektromagnetischer Strahlungsintensität äußert und sich auf alle bis heute bekannten Schwingungserzeugungsverfahren auswirken, sowie auf alle Verfahren, welche die zurzeit bei der Schwingungserzeugung geltenden Prinzipien benutzen.

<sup>1)</sup> Ähnliche Überlegungen gelten auch für Plasmaschwingungen, die eine Bestätigung in vorläufig eigenen Beobachtungen über die Strahlung des Funkenplasmas erfuhren (Erb-Klumb, l. c.). — <sup>2)</sup> Siehe hierzu H. Klumb, Phys. ZS. **40**, 640—643, 1939. — <sup>3)</sup> H. Klump u. B. Koch, Naturwiss. **29**, 547, 1939. — <sup>4)</sup> Siehe hierzu H. Klumb, ZS. f. techn. Phys. 1940.



## Über die harte Komponente der kosmischen Strahlung in der Stratosphäre.

Von A. Ehmert in Friedrichshafen a. B.

Mit 1 Abbildung. (Eingegangen am 31. Januar 1940.)

Mit einem Ballongerät, das eine 9 cm dicke Bleischicht zwischen den übereinander in Koinzidenzschaltung angeordneten Zählrohren enthielt, wurde die Zahl der durchdringenden Strahlen bis zu einem Luftdruck von 16 mm Hg gemessen. Die Messungen bis zu 300 mm Hg stimmen mit der Extrapolation der in tieferen Schichten gemessenen Absorptionskurve in Luft überein. Die Koinzidenzzahl steigt dann bis zu 100 mm Hg weiter an und bleibt zwischen 100 und 16 mm Hg innerhalb der 10 % betragenden Meßgenauigkeit konstant und ist dort 12,2mal so groß wie in Meereshöhe.

Die Intensität der vertikalen kosmischen Strahlung ist nach den Messungen von Pfozter<sup>1)</sup>, Ehmert<sup>2)</sup>, Clay<sup>3)</sup> und Wilson<sup>4)</sup> in dem großen Bereich von 10 mm Hg (29 km Höhe) bis zu sehr großen Wassertiefen bekannt. Von 500 mm Hg an ist auch die örtliche Härteverteilung der Teilchen bekannt, während in größerer Höhe bislang keine Messungen darüber vorlagen. Wir untersuchten nun durch direkte Messung, wie viele vertikale Strahlen in größeren Höhen 9 cm Blei durchdringen können.

Ein speziell für Ballonaufstiege entwickeltes Gerät<sup>5)</sup> enthielt drei übereinander angeordnete und durch  $2 \times 4,5$  cm Blei getrennte Zählrohre in Koinzidenzschaltung. Die Anordnung ist in Fig. 1 skizziert. Die Dreifachkoinzidenzen wurden durch ein Zählwerk registriert, dessen Skala alle 4 Minuten zusammen mit den Barographenskalen photographiert wurde.

Zu bemerken ist, daß die Zählrohre mit 3 cm Durchmesser neben einem Alkoholzusatz Argon von 70 Torr enthalten und somit auch auf einzelne Elektronen sicher ansprechen.

In Fig. 1 sind die Resultate eines am 3. Juni 1939 durchgeführten Aufstiegs und einige wenige Messungen eingezeichnet, die von einem am 29. Juni 1939 durchgeführten Kontrollaufstieg stammen, bei welchem nur in geringen Höhen registriert wurde.

Die Ordinate der kleinen Striche gibt in logarithmischem Maßstab die Zahl der Koinzidenzen zwischen zwei Ablesungen an, während die

<sup>1)</sup> Gg. Pfozter, ZS. f. techn. Phys. **14**, 400, 1935; ZS. f. Phys. **102**, 23, 41, 1936. — <sup>2)</sup> A. Ehmert, Phys. ZS. **35**, 20, 1934; ZS. f. Phys. **106**, 751, 1937. — <sup>3)</sup> J. Clay u. P. H. Clay, Physica Amsterdam **2**, 1042, 1935; J. Clay, A. v. Gemert u. P. H. Clay, Proc. Amsterdam **41**, 694, 1938; Physica **6**, 184, 497, 1939. — <sup>4)</sup> V. C. Wilson, Phys. Rev. **53**, 337, 1938. — <sup>5)</sup> Eine Beschreibung des Gerätes wird an anderer Stelle erscheinen.

Län  
Der  
Sinh  
Stri

Fig.  
„H“  
rohre  
Wol  
nach

stre  
dure  
und



Länge der Striche das in dieser Zeit durchflogene Luftdruckgebiet bezeichnet. Der Maßstab für den Luftdruck ist ebenfalls logarithmisch gewählt. Die Sinkgeschwindigkeit war größer als die Steiggeschwindigkeit, die längeren Striche gehören also zum Abstieg.

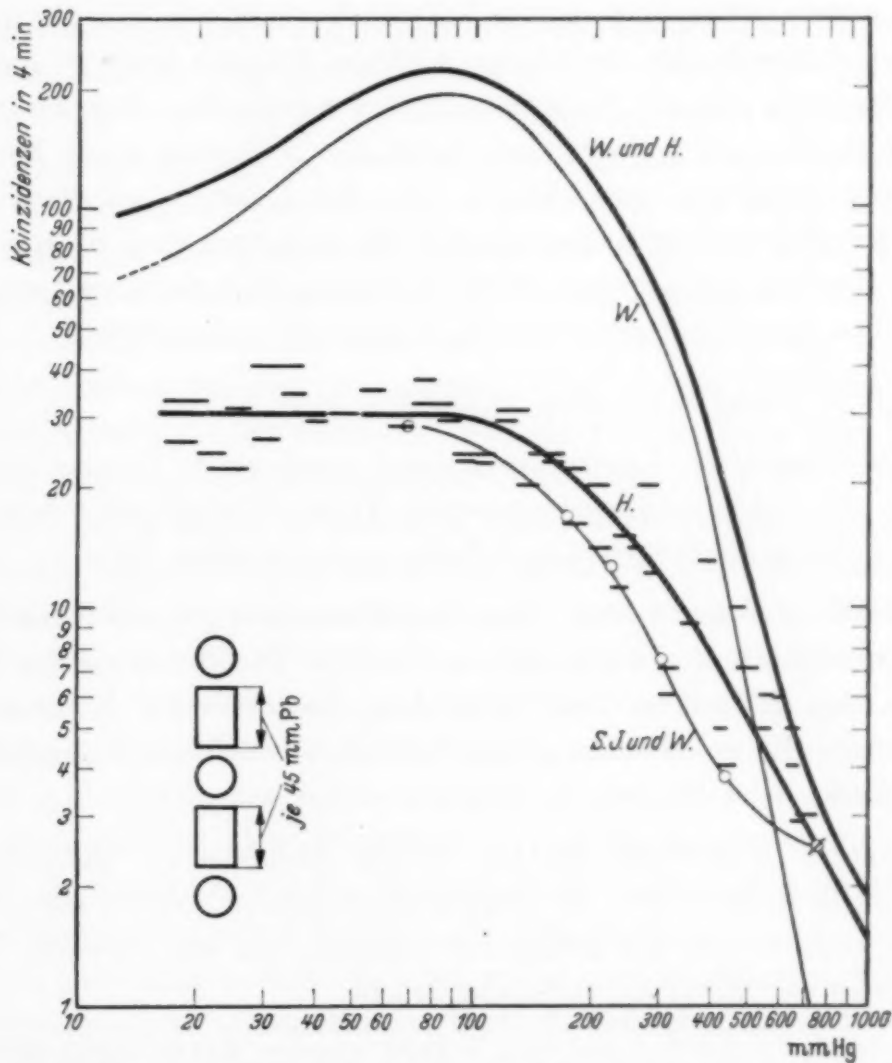


Fig. 1. Die Zahl der 9cm Blei durchdringenden Teilchen in Abhängigkeit vom Luftdruck. „H“ ist die mittlere Kurve nach unseren Messungen mit der links unten skizzierten Zählrohranordnung. Die Kreise und „S., J. und W.“ geben Messungen von Schein, Jesse und Wollan mit 8 cm Blei wieder. „W+H“ zeigt den Verlauf der gesamten vertikalen Strahlung nach Pfitzer. W ist die Differenz der Kurven „W+H“ — „H“ und stimmt gleichzeitig mit dem Verlauf der Schauerhäufigkeit nach Regener und Ehmert überein.

Bei den verhältnismäßig kleinen Koinzidenzzahlen der Einzelwerte streuen diese erheblich. Sehr genau gemessen ist dagegen der in Fig. 1 durch  $\emptyset$  markierte Bodenwert.

Die mittlere Kurve, in Fig. 1 mit „H“ bezeichnet, ist zwischen 100 und 16 mm Hg konstant. Eine Änderung der Koinzidenzzahl in diesem

Bereich kann höchstens 20 % betragen. Der Mittelwert der Koinzidenzzahl in diesem Bereich ist 12,2mal größer als der Bodenwert.

Schein, Jesse und Wollan<sup>1)</sup> haben seit der Ausführung unserer Messung einen kurzen Bericht über die Ergebnisse eines Aufstiegs mit einem ähnlichen Gerät veröffentlicht. Sie benutzten nur 8 cm Blei zwischen den Zählrohren und erreichten einen Luftdruck von 66 mm Hg. Bei diesem Luftdruck schwebte ihre Anordnung mehrere Stunden lang, so daß für diesen Druck ein genauer Meßpunkt erhalten wurde. Ihre Ergebnisse sind in Fig. 1 als Kreise (O) eingetragen, wobei der Bodenwert dieser Messung an unseren Bodenwert angeschlossen ist. Der Endwert bei 66 mm Hg stimmt dann mit unserer Kurve innerhalb der Meßgenauigkeit überein. Bei höheren Drucken liegen unsere Werte durchweg über der amerikanischen Kurve. Die Ursache dieser Abweichung ist noch nicht geklärt.

Mögliche Fehler bei solchen Messungen sind:

1. Ein Ausfall an Koinzidenzen durch zunehmende Überlastung der Zählrohre mit steigender Einzelimpulszahl. Früher<sup>2)</sup> wurde schon bewiesen, daß bei unseren Zählrohren dieser Fehler verschwindend klein ist.

2. Zufällige Koinzidenzen. Das Auflösungsvermögen des Verstärkers war auf weniger als  $10^{-5}$  sec heruntergedrückt<sup>3)</sup>. Die Verteilung des Bleies zwischen den Zählrohren setzt außerdem die zufälligen Koinzidenzen weiter herab. Es ist selbst in großen Höhen mit höchstens 0,1 zufälligen Koinzidenzen pro 4 Minuten zu rechnen.

3. Seitlich einfallende Schauer können ebenfalls zu Koinzidenzen führen. Um ihnen soweit als möglich zu begegnen, wurden nur leichte Apparate seitlich von den Zählrohren montiert und alle schweren Teile, insbesondere die Batterien, tiefer angebracht.

Ein stärkerer Einfluß auf den Verlauf unserer Kurve durch seitliche Schauer könnte nur bei kleinen Drucken vorliegen, da bei hohen Drucken die Zahl der Schauer bei wachsendem Druck ungleich rascher abnimmt als unsere Kurve. Die Kurve W in Fig. 1 gibt nach Regener und Ehmert<sup>4)</sup> die Abhängigkeit der Schauerzahl vom Luftdruck an. Um auch im Bereich

<sup>1)</sup> M. Schein, W. P. Jesse u. E. O. Wollan, Phys. Rev. **56**, 613, 1939. —

<sup>2)</sup> E. Regener u. A. Ehmert, ZS. f. Phys. **111**, 501, 1939. — <sup>3)</sup> Dieses Auflösungsvermögen hat bereits einen geringen Ausfall an Koinzidenzen zur Folge, der sich jedoch als von der Intensität unabhängig erwies. Die Zeit zwischen der Ionisation im Zählrohr und dem Einsatz der Entladung kann bis in diese Größenordnung kommen. — <sup>4)</sup> E. Regener u. A. Ehmert, ZS. f. Phys. **111**, 501, 1939.

kleiner Drucke ( $p < 100$  mm Hg) völlige Klarheit über den Einfluß seitlicher Schauer zu bekommen, sind weitere experimentelle Maßnahmen nötig <sup>1)</sup>.

Vorerst wird man auch hier keinen merklichen Anteil der Koinzidenzen den Schauern zuschreiben, da in Luft von so geringem Druck derart dichte Schauer, daß drei Zählrohre ansprechen, sehr selten sind.

Man wird deshalb die gezählten Koinzidenzen durchdringenden Strahlen zuschreiben. Diese werden vorwiegend Mesonen sein. Doch sind auch noch andere Vorgänge zu berücksichtigen. Nach der Kaskadentheorie von Carlson und Oppenheimer <sup>2)</sup> und Bhabha und Heitler <sup>3)</sup> werden sich Elektronen mit Energien über  $10^{10}$  e-Volt auch noch hinter 9 cm Blei durch Kaskadenelektronen bemerkbar machen. Im Bereich zwischen 20 und 80 mm Hg können sie einen nicht zu vernachlässigenden Anteil der durchdringenden Strahlen ausmachen. Eine weitere Möglichkeit, wie Elektronen mitgemessen werden können, wird unten besprochen.

Die Mesonen müssen sekundärer Natur sein. Ein Eindringen vom Weltraum her ist wegen des spontanen Zerfalls dieser Teilchen nicht möglich. Euler und Heisenberg <sup>4)</sup> und andere nehmen an, daß die Mesonen von den Photonen der Elektronenkomponente erzeugt werden. Nach dieser im folgenden als Photonenhypothese bezeichneten Auffassung wird der Ursprung der Mesonen vorwiegend in 20 km Höhe angenommen.

Johnson und Barry <sup>5)</sup> haben dagegen den Ost-West-Effekt in großen Höhen in der Nähe des Äquators untersucht und schließen aus ihren Ergebnissen, daß der Westüberschuß von primären Protonen herrührt, welche für die Erzeugung der Mesonen verantwortlich sind, da der Westüberschuß mit der harten Komponente verknüpft ist.

Nordheim und Hebb <sup>6)</sup> machen auf andere Schwierigkeiten der Photonenhypothese aufmerksam. Dem Prozeß der Mesonenerzeugung sollte nämlich ein umgekehrter mit etwa gleichem Wirkungsquerschnitt der Kernteilchen gegenüberstehen. Damit sind die großen Reichweiten der Mesonen nicht verträglich. Nordheim <sup>7)</sup> zieht auch noch neutrale Mesonen als mögliche zusätzliche Primärstrahlung für die Mesonen in Betracht, um auch die Schwierigkeit des geringen Breiteneffektes der harten

<sup>1)</sup> Der Aufstieg vom 29. Juni 1939 diente solchen Untersuchungen, doch wurden die fraglichen Höhen nicht erreicht. — <sup>2)</sup> J. F. Carlson u. J. K. Oppenheimer, Phys. Rev. **51**, 220, 1937. — <sup>3)</sup> H. J. Bhabha u. W. Heitler, Proc. Roy. Soc. London (A) **159**, 432, 1937. — <sup>4)</sup> H. Euler u. W. Heisenberg, Ergebn. d. exakt. Naturwiss. **17**, 1, 1938. — <sup>5)</sup> T. H. Johnson u. J. G. Barry, Phys. Rev. **55**, 504, 1939. — <sup>6)</sup> L. W. Nordheim u. M. H. Hebb, ebenda **56**, 494, 1939. — <sup>7)</sup> L. W. Nordheim, ebenda **56**, 502, 1939.

Komponente zu umgehen. Wir selbst müssen in einem kürzlich von Regener und Rau<sup>1)</sup> besprochenen neuen Effekt einen starken Hinweis darauf erblicken, daß die bis in Meereshöhe vordringenden Mesonen schon in sehr großen Höhen bei Drucken unter 1 mm Hg entstehen<sup>2)</sup>. Dies wäre mit der Photonenhypothese ebenfalls unvereinbar.

Andererseits führten Schein, Jesse und Wollan gleichzeitig mit der bereits besprochenen Messung eine zweite aus, bei der über der gleichen Anordnung noch 2 cm Blei lagen. In diesem Falle erhielten sie bei 66 mm Hg eine um 20% höhere Koinzidenzzahl. Die Differenz zwischen den Koinzidenzzahlen mit und ohne Auslöseblei nimmt mit steigendem Luftdruck im selben Maße ab wie die Intensität der weichen Komponente nach den Messungen von Regener und Ehmert<sup>3)</sup>. Bei Drucken über 300 mm Hg ist die Differenz nicht mehr meßbar. Sie sehen in dieser Differenz den Beweis dafür, daß die Photonen der weichen Komponente Mesonen erzeugen können. Die Zahl der so zusätzlich entstehenden durchdringenden Teilchen macht etwa 3% der Teilchenzahl der *weichen* Komponente aus. Schein, Jesse und Wollan berechnen den Wirkungsquerschnitt der Kernteilchen für die Mesonenerzeugung durch Photonen zu  $1,7 \cdot 10^{-27} \text{ cm}^2$ .

Es war zu hoffen, daß unsere Messung in noch größeren Höhen einen Beitrag zur Frage der Photonenhypothese liefert.

Zunächst stimmt der Anstieg der Mesonenintensität von Meereshöhe bis zu etwa 300 mg Hg überein mit der Extrapolation der in Luft durch schräge Messung ermittelten Absorptionskurve der Gesamtstrahlung (weich + hart) im Druckbereich über 760 mm Hg<sup>4)</sup>. In diesem Bereich folgt die Intensität der Gesamtstrahlung schon der Absorptionskurve der harten Komponente und kann durch das Gesetz  $N = N_1 \cdot x^{-\varepsilon}$  ausgedrückt werden, wobei  $N_1$  eine Konstante,  $x = L \cdot \sec \alpha$ ,  $L$  der Luftdruck,  $\alpha$  der Zenitwinkel und  $\varepsilon = 1,9 \pm 0,1$  ist. Man sieht daraus, daß die Mesonen bei 300 mm Hg den Verlauf der Absorptionskurve bei höheren Drucken bestimmen und daß, wie auch der Erzeugungsmechanismus vor sich geht, auf jeden Fall viele Mesonen geringer Energie entstehen.

Die Photonenhypothese fordert nun, daß die Mesonenintensität von einem Maximum ab mit sinkendem Luftdruck wieder abnimmt und am Gipfel der Atmosphäre verschwindet. Bei welchem Druck das Maximum zu suchen ist, hängt davon ab, ob und wie der Wirkungsquerschnitt der Atome für die Mesonenerzeugung von der Energie der Quanten abhängt.

<sup>1)</sup> E. Regener u. W. Rau, Naturwiss. **27**, 803, 1939. — <sup>2)</sup> A. Ehmert, ebenda **28**, 1940. — <sup>3)</sup> E. Regener u. A. Ehmert, l. c. — <sup>4)</sup> A. Ehmert, ZS. f. Phys. **106**, 751, 1937.



Euler und Heisenberg<sup>1)</sup> berechnen das Maximum bei etwa 80 mm Hg. Damit scheint unser Ergebnis zunächst in krassem Widerspruch zu stehen. Man darf jedoch den folgenden Vorgang nicht außer acht lassen, wenn man von der Photonenhypothese ausgeht.

Bei kleinerem Luftdruck als dem zum Maximum gehörenden kann ein Elektron oder sonst ein ionisierendes Primär- oder Kaskadenteilchen das oberste Zählrohr zum Ansprechen bringen und dann im Blei ein Meson erzeugen, welches die beiden anderen Zählrohre auslöst. Unsere Anordnung mißt also Elektronen, die erst in ihrer weiteren Geschichte ein Meson erzeugen, bereits als durchdringende Teilchen mit. Es können dann auch im Blei Mesonen entstehen, deren Auslösestrahl als nicht ionisierendes Quant durch das erste Zählrohr ging. Diese werden nicht registriert, während entsprechend in der Luft erzeugte Mesonen bei höheren Drucken registriert werden können.

Unter Berücksichtigung dieser Vorgänge erwarten wir nach der Photonenhypothese, daß die Zahl der durchdringenden Strahlen, wie wir sie messen, bei dem Maximum der Mesonenintensität und am Gipfel der Atmosphäre die gleiche ist und dazwischen ein Minimum hat, das von den Mesonen herrührt, deren Auslösestrahl in nicht ionisierender Form durch das oberste Zählrohr ging. Die Lage und die Tiefe dieses Minimums hängen dann vom Einfluß der Quantenenergie auf die Wahrscheinlichkeit der Mesonenbildung ab.

Unsere Kurve ist mit den Forderungen der Photonenhypothese verträglich, da es möglich ist, daß das Minimum nur geringe Tiefe hat und in der statistischen Unsicherheit verschwindet. Das Maximum der Mesonenintensität liegt demnach bei etwa 80 mm Hg, woraus dann weiter zu schließen ist, daß auch verhältnismäßig energiearme Quanten der Mesonen-erzeugung fähig sind.

Werden jedoch, im Gegensatz zur Photonenhypothese, die Mesonen schon in sehr großen Höhen erzeugt, so spielt auf den langen Wegen im Bereich kleinerer Drucke der Zerfall eine größere Rolle. Man müßte dann bei 20 mm Hg eine höhere Mesonenzahl als bei 100 mm Hg erwarten. Der zu erwartende Unterschied hängt von der ursprünglichen Energieverteilung und von der mittleren Lebensdauer der Mesonen ab. Nach den bis jetzt vorliegenden Bestimmungen der Lebensdauer wäre unter diesen Voraussetzungen in dem genannten Bereich eine stärkere Intensitätsabnahme zu erwarten, als mit unseren Messungen verträglich ist. Es wird also

<sup>1)</sup> H. Euler u. W. Heisenberg, l. c.

höchstens ein Teil der zur Messung kommenden durchdringenden Teilchen in Höhen über 30 km entstandene Mesonen darstellen können, wobei allerdings die Möglichkeit offen bleibt, daß dies vorwiegend die energiereichen Mesonen sind, die bis in Meereshöhe und weiter vordringen.

Die Beobachtung von Maaß<sup>1)</sup>, daß in Meereshöhe verhältnismäßig viele durchdringende Teilchen in dickeren Eisenschichten gebildet werden, sowie die Untersuchungen von Schmeiser und Bothe<sup>2)</sup> und von Ehmert<sup>3)</sup> über harte Schauer lassen auch in der Atmosphäre die Erzeugung von Sekundärteilchen erwarten, welche 9 cm Blei durchdringen können.

Die Kurve „ $W + H$ “ in Fig. 1 gibt nach den Messungen von Pfozter<sup>4)</sup> und im Bereich höherer Drucke von Ehmert<sup>5)</sup> die Intensität der vertikalen Gesamtstrahlung an, wie sie mit Zählrohrkoinzidenzen ohne Anwendung von Schirmen gemessen wird. Die Ausblendung ist mit der bei uns benutzten vergleichbar, da in beiden Fällen nur kleine Zenitwinkel zugelassen sind. Die Differenz „ $W$ “ der Kurven „ $W + H$ “ und „ $H$ “ gibt die Zahl der in 9 cm Blei steckenbleibenden Teilchen an. Diese Kurve stimmt mit der von Regener und Ehmert<sup>6)</sup> bis zu 40 mm Hg gemessenen Intensität der schauerauslösenden Strahlung überein<sup>7)</sup>.

Die vorliegende Arbeit wurde in der Forschungsstelle für Physik der Stratosphäre ausgeführt. Dem Leiter der Forschungsstelle, Herrn Prof. Dr. E. Regener danke ich herzlichst für dauernde Unterstützung dieser Arbeit, den Mitarbeitern der Forschungsstelle, den Herren Dr. R. Auer und Dr. W. Rau, Uhrmacher G. Maier und Feinmechaniker O. Vogt für die Hilfe bei den Aufstiegen bzw. beim Bau der Apparate.

*Friedrichshafen a. B., Seewiesenösch, Forschungsstelle für Physik der Stratosphäre in der Kaiser Wilhelm-Gesellschaft, den 8. Januar 1940.*

---

<sup>1)</sup> H. Maaß, Ann. d. Phys. **27**, 507, 1936. — <sup>2)</sup> K. Schmeiser u. W. Bothe, ebenda **32**, 161, 1938; K. Schmeiser, ZS. f. Phys. **110**, 443, 1938; W. Bothe, Naturwiss. **27**, 305, 1939. — <sup>3)</sup> A. Ehmert, ZS. f. Phys. **113**, 234, 1939. — <sup>4)</sup> Gg. Pfozter, l.c. — <sup>5)</sup> A. Ehmert, l.c. — <sup>6)</sup> E. Regener u. A. Ehmert, ZS. f. Phys. **111**, 501, 1939. — <sup>7)</sup> Zum Luftdruck ist das Absorptionsäquivalent des Streukörpers mit 65 mm Hg zu addieren. Die Kurve ist also bis 105 mm Hg gemessen.

## Über die Zerfallswahrscheinlichkeit des Mesons.

Von A. Ehmert in Friedrichshafen a. B.

(Eingegangen am 31. Januar 1940.)

Die Zunahme der 9 cm Blei durchdringenden Teilchen der kosmischen Strahlung mit der Höhe in der unteren Atmosphäre wird zusammen mit der Absorption in Wasser und mit dem von Blackett gemessenen Impulsspektrum der Teilchen benutzt, um die Zerfallsdaten des Mesons ohne weitere Annahmen über die Höhe des Mesonenursprungs, die ursprüngliche Energieverteilung, den Energieverlust u. a. zu berechnen. Es ergibt sich  $\mu c^2/\tau = (2,1 \pm 0,6) \cdot 10^{13}$  e-Volt/sec. Für  $\mu = 160$  Elektronenmassen ist dann  $\tau = (3,7 \pm 1) \cdot 10^{-6}$  sec, also etwas größer als die von Euler und Heisenberg berechnete Lebensdauer. Es wird gezeigt, daß andere Bestimmungen von  $\tau$  aus dem Barometereffekt entgegen der bisherigen Deutung zu etwa gleichen Werten führen, wenn die Teilchenenergie in der diesen Messungen angemessenen Weise berücksichtigt wird.

Die Hypothese vom spontanen Zerfall der Mesonen lieferte eine Erklärung für das scheinbar verschiedene Absorptionsvermögen von massengleichen Luft- und Wasserschichten gegenüber der harten Komponente der kosmischen Strahlung. Nach Kulenkampff<sup>1)</sup> und nach Euler und Heisenberg<sup>2)</sup> kann der spontane Zerfall auf den kurzen Wegen in flüssiger oder fester Materie vernachlässigt werden, während auf den langen Wegen durch massengleiche Luftschichten der Zerfall bemerkbar wird. Die Berechnung der Zerfallsdaten aus den Beobachtungen ist verwickelt, weil die Berücksichtigung der Zeitdilatation für die Teilchen nach der Relativitätstheorie zu einer Energieabhängigkeit der auf die Wegeinheit bezogenen Zerfallswahrscheinlichkeit führt. Euler und Heisenberg<sup>2)</sup> entwarfen ein Bild von der harten Komponente, das den Beobachtungen über die Absorption und den Impulsmessungen in Meereshöhe gerecht wird und konnten auf zwei verschiedenen Wegen daraus die Zerfallswahrscheinlichkeit ermitteln. Da jedoch dieses ganze System Annahmen enthält, nämlich daß die Mesonen vorwiegend in einer Höhe von 16 bis 20 km entstehen und daß der Energieverlust der Mesonen in erster Linie durch Ionisation erfolgt, ist eine direktere und von diesen Annahmen freie Ermittlung der Zerfallswahrscheinlichkeit erwünscht. Die spezielle Art der Absorptionskurven der harten Komponente in Luft<sup>3)</sup> und in Wasser<sup>4)</sup> erlaubt uns unter Verwendung des von Blackett<sup>5)</sup> in Meereshöhe gemessenen Impuls-

<sup>1)</sup> H. Kulenkampff, Verh. d. D. phys. Ges. **19**, 92, 1938. — <sup>2)</sup> H. Euler und W. Heisenberg, Ergebn. d. exakt. Naturwiss. **17**, 1, 1938. — <sup>3)</sup> A. Ehmert, ZS. f. Phys. **115**, 326, 1940, voranstehende Arbeit. — <sup>4)</sup> A. Ehmert, ebenda **106**, 751, 1937. — <sup>5)</sup> P. M. S. Blackett, Proc. Roy. Soc. London (A) **159**, 1, 1937.

spektrums eine solche direkte Bestimmung der Zerfallswahrscheinlichkeit.

Die Intensität der vertikalen, 9 cm Blei durchdringenden kosmischen Strahlung in Luft kann nach unseren Ballonmessungen <sup>1)</sup> im Luftdruckbereich von 5 bis 10 m Wassersäule durch das Gesetz

$$N(h) = \text{Const} \cdot h^{-\varepsilon} \quad (1)$$

dargestellt werden, wobei  $h$  den Luftdruck und damit auch das über dem Meßort liegende Massenäquivalent bedeutet und  $\varepsilon = \varepsilon_L = 1,9 \pm 0,1$  ist. Die Messungen mit schräg gestellten Koinzidenzanordnungen <sup>2)</sup> zeigen, daß dieses Gesetz auch noch bei größeren Tiefen  $h$  gilt.

Nach unseren Messungen im Bodensee <sup>3)</sup> kann die Absorptionskurve in Wasser im Bereich  $13 < h < 40$  m ebenfalls durch das Gesetz (1) mit einer anderen Konstanten und  $\varepsilon = \varepsilon_W = 1,56$  ausgedrückt werden. Dieses Gesetz kann unbedenklich bis zu  $h = 10,3$  m <sup>4)</sup> extrapoliert werden, wenn man wie hier nur die harte Komponente betrachtet. In den angeführten Messungen stört zwischen 10 und 13 m der Übergangseffekt von Luft zu Wasser, weshalb dort der Geltungsbereich der Gleichung (1) erst ab 13 m angegeben wurde.

Der formal berechnete Schwächungskoeffizient ist nach (1)

$$\mu = \frac{dN/dh}{N} = \frac{\varepsilon}{h}, \quad \mu_W = \frac{\varepsilon_W}{h}, \quad \mu_L = \frac{\varepsilon_L}{h}. \quad (2)$$

Die Schwächung im Wasser beruht auf Abbremsung und vielleicht noch anderen Vorgängen, wie z. B. Umwandlungen der Mesonen beim Zusammentreffen mit Kernteilchen. Diese Absorption tritt in Luft ebenfalls auf. Außerdem kommt noch die Schwächung durch den Zerfall hinzu <sup>5)</sup>, welcher der auf die Einheit von  $h$  bezogene Koeffizient  $\pi_h$  zukommt. Er ist

$$\pi_h = \mu_L - \mu_W = \frac{\varepsilon_L - \varepsilon_W}{h}, \quad (3)$$

also eine Funktion von  $h$ .

Bezieht man nun den Zerfallskoeffizienten auf die Einheit der Weglänge, so wird

$$\pi_l = \frac{1}{N} \cdot \frac{dN}{dl} = \pi_h \cdot \frac{dh}{dl} = \frac{\sigma_0}{h_0} (\varepsilon_L - \varepsilon_W), \quad (4)$$

<sup>1)</sup> A. Ehmert, ZS. f. Phys. **115**, 326, 1940. — <sup>2)</sup> A. Ehmert, Phys. ZS. **35**, 20, 1934. — <sup>3)</sup> A. Ehmert, ZS. f. Phys. **106**, 751, 1937. — <sup>4)</sup> Meereshöhe. — <sup>5)</sup> Dabei schließen wir uns den genannten Autoren mit der Hypothese an, daß das Meson der Bosestatistik folgt und in ein Neutrino und ein Elektron zerfällt. Die Zerfallselektronen werden durch das 9 cm dicke Bleifilter weitgehendst ausgeschaltet.



da  $dh = h \cdot \frac{\sigma_0}{h_0} \cdot dl$ , wenn  $\sigma_0$  die Dichte der Luft beim Druck  $h_0$  ist und von den geringen Temperatureinflüssen abgesehen wird. Mit  $(\varepsilon_L - \varepsilon_W) = 0,34 \pm 0,1$ ,  $\sigma_0 = 1,29 \cdot 10^{-3} \text{ g/cm}^3$ ,  $h_0 = 1033 \text{ g/cm}^3$  wird  $\pi_l = 4,25 \cdot 10^{-7} \text{ cm}^{-1}$  und die mittlere Reichweite  $L = 1/\pi_l = 23,5 \text{ km}$ . Dieser Wert ist im Geltungsbereich der Formel (1) und der angegebenen Konstanten konstant. In diesem Geltungsbereich ist die Meereshöhe sicher enthalten.

Das Ergebnis besagt nun, daß von einem Mesonengemisch mit demselben Impulsspektrum, wie es in Meereshöhe vorliegt, auf einem 23,5 km langen Weg im Vakuum  $1 - 1/e = 63 \%$  der Mesonen zerfallen würden.

Für ein Meson der Ruhmasse  $\mu$ , dem Impuls  $p$  und der mittleren Lebensdauer  $\tau$  ist <sup>1)</sup>

$$\pi_l = \frac{\mu}{\tau \cdot p} \quad (5)$$

Wir nehmen an, daß  $\mu$  und  $\tau$  für alle Mesonen gleich sind. Bei einem Gemisch von Mesonen mit dem differentiellen Impulsspektrum  $f(p)$  tritt dann an Stelle von  $\pi_l$  ein Mittelwert  $\bar{\pi}_l$ . Diesen können wir für Meereshöhe unter Benutzung des von Blackett <sup>2)</sup> gemessenen Impulsspektrums ausrechnen.

Nun enthält das ursprünglich von Blackett angegebene Spektrum auch Elektronen. Die späteren Messungen von Blackett und Wilson <sup>3)</sup> über den Impulsverlust in Blei zeigen, daß die Elektronen in Meereshöhe lediglich im Bereich  $pc < 3 \cdot 10^8 \text{ e-Volt}$  eine Rolle spielen. Nun bleiben in dem 9 cm dicken Blei zwischen den Zählrohren bei unseren Messungen alle Mesonen stecken, für welche  $pc < 2,7 \mu c^2 \sim 3 \cdot 10^8 \text{ e-Volt}$  ist <sup>4)</sup>. Wir brechen deshalb das Impulsspektrum bei  $pc = 3 \cdot 10^8 \text{ e-Volt}$  ab. Man erhält

$$\bar{\pi}_l = \frac{\int_{pc=3 \cdot 10^8 \text{ e-Volt}}^{\infty} f(pc) \cdot \frac{\mu c}{\tau \cdot pc} \cdot d(pc)}{\int_{3 \cdot 10^8 \text{ e-Volt}}^{\infty} f(pc) \cdot d(pc)} = 2 \cdot 10^{-20} \frac{\mu c^2}{\tau} \text{ cm}^{-1} \quad (6)$$

Der Zahlenwert in (6) ist so berechnet, daß  $\mu c^2$  in e-Volt einzusetzen ist. Aus (4) und (6) erhält man:  $\mu c^2/\tau = (2,2 \pm 0,6) \cdot 10^{13} \text{ e-Volt/sec}$ . Euler

<sup>1)</sup> Man vgl. H. Euler u. W. Heisenberg, l. c. — <sup>2)</sup> P. M. S. Blackett, l. c. — <sup>3)</sup> P. M. S. Blackett u. J. G. Wilson, Proc. Roy. Soc. London (A) **154**, 573, 1936; P. M. S. Blackett, ebenda **165**, 11, 1938. — <sup>4)</sup> Dieser Wert ist für den Energieverlust durch Ionisation berechnet. Die Messungen von Blackett über den Impulsverlust in Blei bestätigen diese Grenze.

und Heisenberg berechnen  $\mu c^2/\tau = 3 \cdot 10^{13}$  e-Volt/sec, entsprechend  $\tau = 2,7 \cdot 10^{-6}$  sec bei  $\mu c^2 = 160 mc^2 \sim 8 \cdot 10^7$  e-Volt.

Die mittlere Lebensdauer ergibt sich also nach unserer Bestimmung etwas größer, der Zerfallskoeffizient dementsprechend etwas kleiner als bei Euler und Heisenberg.

Die hauptsächlichste Unsicherheit unserer Rechnung rührt von der noch vorhandenen Unsicherheit von  $\varepsilon_L$  her. Diese kann aber durch weitere Messungen behoben werden.

Die Bestimmung der Zerfallsdaten durch Blackett<sup>1)</sup>, Rossi<sup>2)</sup> Bruins<sup>3)</sup>, Clay<sup>4)</sup>, Clay, Jonker und Wiersma<sup>5)</sup> führen zu ähnlichen Werten. Sie alle führen die Höhe des Ursprungs der Mesonen in die Rechnung ein, während diese in unsere Rechnung nicht eingeht.

Rathgeber<sup>6)</sup> und Kolhörster und Matthes<sup>7)</sup> berechnen aus dem Barometereffekt eine mittlere Weglänge der Mesonen von nur 4 km bzw. 6,6 km<sup>8)</sup>. Dies ist bei den benutzten Voraussetzungen die mittlere Weglänge des Mesonengemisches am Meßort. Während aber bei uns Mesonen mit  $pc < 3 \cdot 10^8$  e-Volt ausgeschaltet sind, sind bei den Messungen von Kolhörster und Matthes auch die weichen Strahlungsanteile miteinfaßt. Dehnen wir in Gleichung (6) die Integrale von  $pc = 0$  bis  $pc = \infty$  aus und benutzen die von Euler und Heisenberg<sup>9)</sup> im Bereich kleiner Impulse angegebene Trennung der Elektronen und Mesonen im Impulsspektrum nach Blackett, so wird  $\bar{\pi}_l = 4,5 \cdot 10^{-20}$  cm<sup>-1</sup>, und mit  $L = 6,6$  km ergibt sich  $\mu c^2/\tau = 3,3 \cdot 10^{13}$  e-Volt/sec. Die Übereinstimmung mit unserem Wert ist befriedigend, wenn man die Unsicherheit der Impulsverteilung der Mesonen im Bereich kleiner Impulse bedenkt. Die benutzten Angaben von Euler und Heisenberg berücksichtigen insbesondere keine Sekundärmesonen, deren Vorhandensein in diesem Impulsbereich nach den Untersuchungen von Schmeiser und Bothe<sup>10)</sup>, Bothe<sup>11)</sup> und Ehmert<sup>12)</sup> sehr

<sup>1)</sup> P. M. S. Blackett, Phys. Rev. **54**, 273, 1938; Nature **142**, 992, 1938. — <sup>2)</sup> B. Rossi, Nature **142**, 993, 1938. — <sup>3)</sup> E. M. Bruins, Physica Amsterdam **6**, 54, 1939. — <sup>4)</sup> P. H. Clay, ebenda **6**, 82, 1939. — <sup>5)</sup> J. Clay, K. H. Jonker, J. T. Wiersma, ebenda **6**, 74, 648, 1939. — <sup>6)</sup> H. D. Rathgeber, Naturwiss. **26**, 842, 1938. — <sup>7)</sup> W. Kolhörster u. I. Matthes, Phys. ZS. **40**, 142, 1939. — <sup>8)</sup> Entsprechend einer Halbwertslänge von 4,7 km. — <sup>9)</sup> H. Euler u. W. Heisenberg, Ergebn. d. exakt. Naturwiss. **17**, 1, 1938, vgl. S. 41. — <sup>10)</sup> K. Schmeiser u. W. Bothe, Ann. d. Phys. **32**, 161, 1938; K. Schmeiser, ZS. f. Phys. **110**, 443, 1938. — <sup>11)</sup> W. Bothe, Naturwiss. **27**, 305, 1939. — <sup>12)</sup> A. Ehmert, ZS. f. Phys. **113**, 234, 1939.

wahrscheinlich ist. Der Unterschied in den Werten für  $\mu c^2/\tau$  liegt in dieser Richtung.

Rathgeber und Kolhörster und Matthes berechnen aus der angegebenen mittleren Weglänge unter Benutzung der mittleren Energie für  $\mu = 150 m_e$  die Zerfallszeit zu  $0,7 \cdot 10^{-6}$  sec bzw.  $0,4 \cdot 10^{-6}$  sec. Diese Werte sind sicher zu klein, denn diese Rechenweise entspricht dem Ansatz

$$\bar{\pi}_l = \frac{\mu c/\tau \cdot \int f(p c) d p c}{\int f(p c) \cdot p c \cdot d p c}$$

statt dem in Gleichung (6) angegebenen Ansatz und führt bei der vorliegenden Funktion  $f(p c)$  zu beträchtlichen Fehlern.

In einer weiteren Arbeit haben Kolhörster und Matthes<sup>1)</sup> aus Messungen mit Ionisationskammern den Gang des Schwächungskoeffizienten im Bereich  $h > 200$  mm Hg untersucht. Im Gebiet zwischen 300 und 600 mm Hg zeigt dieser einen Überschuß gegenüber dem Gang des Schwächungskoeffizienten bei  $h > 700$  mm Hg, dessen Extrapolation zu 250 mm Hg mit dem dort gemessenen Koeffizienten übereinstimmt. Da auch die von Millikan und Cameron<sup>2)</sup> schon ab 500 mm Hg in dichter Materie gefundenen Schwächungskoeffizienten auf diese Kurve fallen, wird der Überschuß in Luft auf den Zerfall der Mesonen zurückgeführt. Daraus ergibt sich zwischen 350 und 600 mm Hg ein konstanter Wert für die mittlere Weglänge, nämlich  $L = 5,75 \pm 0,19$  km.

Das Verfahren entspricht dem von uns auf die durchdringende Komponente angewandten. Die gefundene Konstanz von  $L$  in dem großen Bereich hängt damit zusammen, daß auch die Intensität der weichen Strahlung in diesem Bereich ebenfalls durch Gleichung (1) ausgedrückt werden kann, wobei für die weiche Strahlung ein dementsprechend großes  $\varepsilon$  einzusetzen ist. Nach den Kurven in Fig. 1 der voranstehenden Arbeit des Verfassers ist in diesem Bereich in Luft für die gesamte vertikale Strahlung „ $W + H$ “  $\varepsilon_{W+H} = 3,6$ , für die 9 cm Blei nicht durchdringende Strahlung „ $W$ “  $\varepsilon_W = 5$ .

Mit den Annahmen von Kolhörster und Matthes werden nun alle diese weichen Strahlungsanteile als Mesonen aufgefaßt, und weiter wird stillschweigend angenommen, daß in diesem Bereich keine neuen Mesonen entstehen, denn sonst wäre die Differenzbildung der Schwächungskoeffizienten nicht gerechtfertigt. Wenn nun dem so wäre, so müßte, abgesehen

<sup>1)</sup> W. Kolhörster u. I. Matthes, Phys. ZS. **40**, 617, 1939. — <sup>2)</sup> R. A. Millikan u. G. H. Cameron, Phys. Rev. **37**, 235, 1931.

von anderen Argumenten, in diesem Bereich mit 9 cm Blei zwischen den Zählrohren eine höhere Koinzidenzzahl gefunden werden als ohne Panzer bei einem um etwa 75 mm Hg größeren Luftdruck. Tatsächlich findet man mit dem Blei eine wesentlich geringere Koinzidenzzahl<sup>1)</sup>. Man wird deshalb die größere Steilheit der Absorptionskurve in Luft in diesem Bereich nicht allein auf den Zerfall der Mesonen zurückführen dürfen.

*Zusammenfassend* ist festzustellen, daß die Zerfallsdaten des Mesons nach unserer Bestimmung, welche keine Voraussetzungen über den Energieverlust, über die ursprüngliche Energieverteilung und über die Höhe des Mesonenursprungs benötigt, ähnlich denen ausfallen, die Euler und Heisenberg und andere berechnen. Die scheinbar sehr verschiedenen Ergebnisse anderer Berechnungen werden bei richtiger Berücksichtigung der Impulsabhängigkeit des auf den Weg bezogenen Zerfallskoeffizienten ebenfalls in Übereinstimmung gebracht.

*Friedrichshafen a. B.*, Forschungsstelle für Physik der Stratosphäre in der Kaiser Wilhelm-Gesellschaft, den 8. Januar 1940.

---

<sup>1)</sup> A. Ehmert, ZS. f. Phys. **115**, 326, 1940.



## Über ein Universal-Elektronenmikroskop für Hellfeld-, Dunkelfeld- und Stereobild-Betrieb.

Von Manfred von Ardenne.

Mit 27 Abbildungen. (Eingegangen am 9. Februar 1940.)

Die Gesamtkonstruktion. Strahlerzeugungssystem und Kondensoreinheit. Objekt- und Objektivsystem. Vorrichtung zum Herstellen stereoskopischer Teilbilder. Projektionslinsensystem. Reihenbild-Kamera. Ergebnisse und Auflösungsvermögen bei Hellfeld und Dunkelfeld. Ergebnisse bei Stereobildbetrieb. Zusammenfassung.

Hauptziel jeder Mikroskopentwicklung ist ein möglichst *hohes Auflösungsvermögen*. Bei der Schaffung des in dieser Mitteilung beschriebenen neuen Elektronenmikroskopes bestanden noch folgende Nebenziele: Das Instrument sollte *wahlweise mit magnetischen oder elektrostatischen Linsen*, insbesondere Objektiven, arbeiten, nicht nur um einen Vergleich zwischen magnetischem und elektrostatischem Elektronenmikroskop zu ermöglichen, sondern um darüber hinaus unter genau gleichen Voraussetzungen die Eigenschaften einzelner Linsen (beispielsweise die Eigenschaften eines magnetischen Objektivs mit denen eines elektrostatischen Objektivs) vergleichen zu können. Weiterhin wurde ein *sofortiger Übergang vom Hellfeld-Betrieb zum Dunkelfeld-Betrieb* angestrebt. Schließlich sollte vor Allem die gleiche Konstruktion *elektronenmikroskopische Stereobilder* herzustellen gestatten. Die gleichzeitige Erfüllung dieser sehr verschiedenen Bedingungen ist gelungen, ohne daß sich der Zwang ergab, einen Kompromiß zu schließen, d. h. einer Forderung auf Kosten der Leistung in bezug auf andere Forderungen nachzukommen. Aus den genannten, auf universelle Verwendung zugeschnittenen Konstruktionsrichtlinien erklärt sich auch die starke Verschiedenartigkeit gegenüber zwei anderen modernen Elektronen-Mikroskopentwicklungen <sup>1)</sup>. Ein ausführliches Eingehen auf Bauweise und wesentliche Einzelheiten des neuen *Universal-Elektronenmikroskops* für Forschungszwecke erscheint angebracht, da die bisher erreichten praktischen Ergebnisse und auch die sehr günstigen Erfahrungen bei der Handhabung der Anlage dies rechtfertigen.

<sup>1)</sup> B. von Borries u. E. Ruska, ZS. f. wiss. Mikrosk. **56**, 317, Heft 3, 1939; H. Mahl, ZS. f. techn. Phys. **20**, 316, Heft 11, 1939.

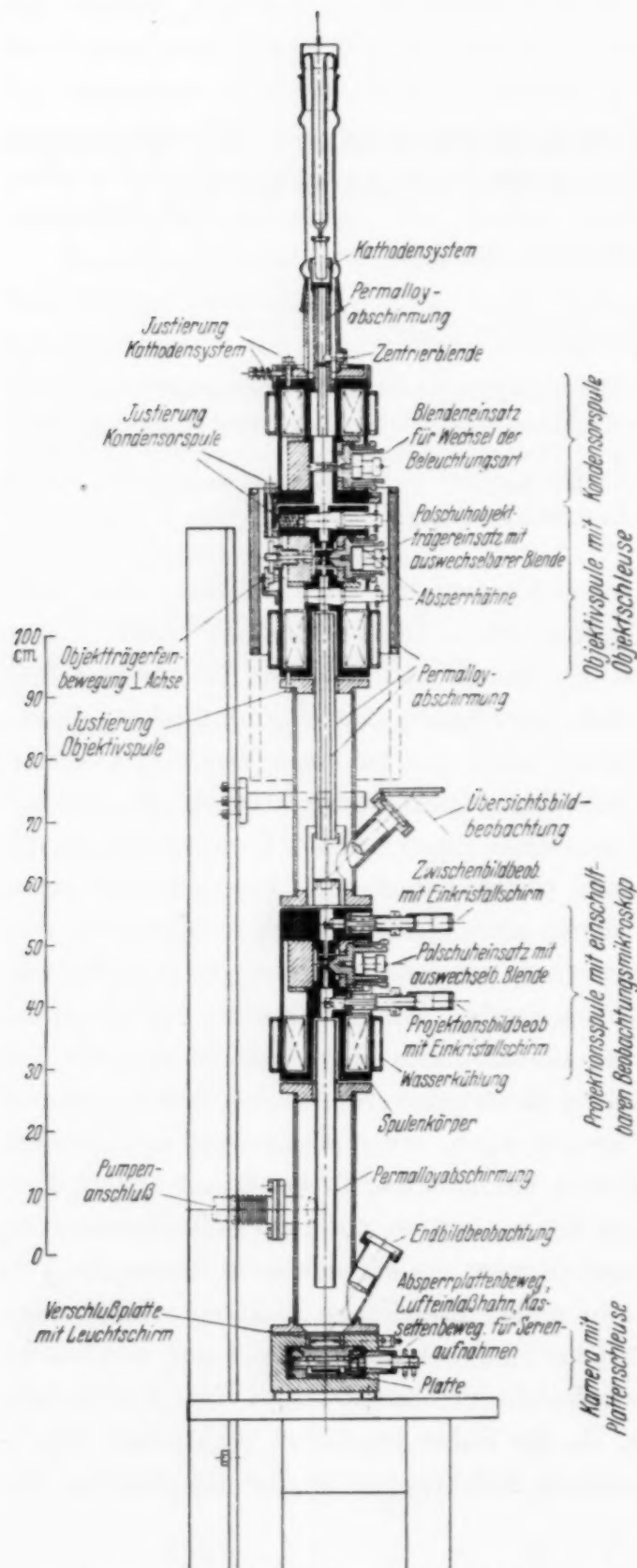


Fig. 1. Schnitt durch das Universal-Elektronenmikroskop für Forschungszwecke mit Hellfeld-, Dunkelfeld- und Stereobild-Betrieb.

Die Gesamtkonstruktion. Seine Vielseitigkeit verdankt das Instrument einem sehr einfachen Prinzip: Fast alle für die Wirkung wesentlichen Bestandteile können einzeln aus dem fertig montierten Mikroskop, meist seitlich aus dem rohrartigen Mikroskopgehäuse, herausgenommen werden. Hierzu sei auf den Schnitt Fig. 1 durch das gesamte Instrument verwiesen. Beispielsweise lassen sich die Polschuhsysteme magnetischer Linsen gegen von einem Durchführungsisolator getragene Elektrodensysteme elektrostatischer Hochspannungslinsen austauschen. Ebenso ist es möglich, wahlweise Objektive oder Projektionslinsen mit den verschiedensten Daten und auch mit den verschiedensten Zusatzmechanismen in den Strahlengang einzuschieben. Entwicklungsarbeiten an den Linsensystemen und Vergleiche über die Leistungsfähigkeit verschiedener Linsen, Blenden usw. sind durch diese Bauweise sehr erleichtert worden. Auch die

Vorrichtungen zur Objektbewegung, die verschiedenen Leuchtschirme, die in den Strahlengang einschiebbaren Lichtmikroskope mit Einkristall-Leuchtschirmen, der photographische Verschuß und die Mechanik der Kamera mit Plattenschleuse sind ohne Demontage des Gehäuses herausnehmbar. Das Instrument, dessen Außenansicht Fig. 2 zeigt, besitzt die üblichen Justiervorrichtungen für Kathodensystem und für die Kondensor-einheit. Neu und von erheblicher Bedeutung ist die Tatsache, daß auch alle *Blenden unter Vakuum zentrierbar* und sogar gegen andere Blendbohrungen *unter Vakuum austauschbar* sind<sup>1)</sup>. Weiterhin können die Blenden (der magnetischen Linsen) nach erfolgtem Lufteinlaß, beispielsweise zum Einsetzen neuer Blenden oder zum Reinigen der Blendkanäle, seitlich herausgenommen werden. Die Möglichkeit einer Verstellung und einer Zentrierung der Blenden bei laufendem Instrument hat sich als sehr wertvoll erwiesen. Die Zentrierung gewährleistet eine besonders hohe Schärfe durch Vermeidung von Astigmatismus und ähnlichen Abbildungsfehlern. Die Austauschbarkeit bzw. Verstellbarkeit der Blenden unter Vakuum gestattet den schnellen Übergang von Hellfeld- zu Dunkelfeld-Betrieb. Unter Bedingungen, wo ungünstige Intensitätsverhältnisse gegeben sind, kann z. B. die Schärfeneinstellung bei Hellfeld-Betrieb oder bei Betrieb mit großer Objektivblende visuell vorgenommen und die Aufnahme des Objektes nach Umschaltung auf Dunkelfeld-Betrieb oder kleine Objektivapertur durchgeführt werden. Das angedeutete Vorgehen wird dadurch sehr erleichtert, daß das Instrument mit einer *Hilfs-einrichtung zur Schärfeneinstellung* verbunden ist, die der Verfasser<sup>2)</sup> für die Zwecke des Elektronen-Rastermikroskops entwickelt hat. Mit Hilfe dieser Einrichtung lassen sich selbst über Zeiten von Stunden die Bedingungen bester Schärfe (beispielsweise die Beschleunigungsspannung) mit einer Genauigkeit von fast  $10^{-4}$  aufrechterhalten oder reproduzieren. Für längste Belichtungszeiten (Untersuchung dickerer Objektschichten bei sehr kleinen reellen Objektivblenden) und in solchen Fällen (Dunkelfeld-Betrieb und starke Vergrößerung, sowie Herstellung von Reihenbildern stufenweise geänderter oder auch gleichbleibender Schärfe), wo in mehr oder weniger großen Zeitabständen ganz bestimmte Scharfstellungsverhältnisse reproduziert oder eingestellt werden müssen, ist die Hilfseinrichtung unentbehrlich. Unter Betriebsverhältnissen mit größerer Strahlungsintensität läßt sich auch ohne die Hilfseinrichtung über längere Zeiten eine bestimmte Bildschärfe durch Beobachtung der Lage einer Bildkontur gegenüber dem Fadenkreuz

<sup>1)</sup> Vgl. M. von Ardenne, ZS. f. Phys. **112**, 744, Heft 11/12, 1939. Abschnitt: Ultramikroskopie des Elektronenmikroskops. — <sup>2)</sup> M. von Ardenne, ZS. f. techn. Phys. **19**, 407, Heft 11, 1938.

eines der Beobachtungsmikroskope aufrechterhalten, wenn die betreffende Kontur durch entsprechende Nachregelung von Beschleunigungsspannung

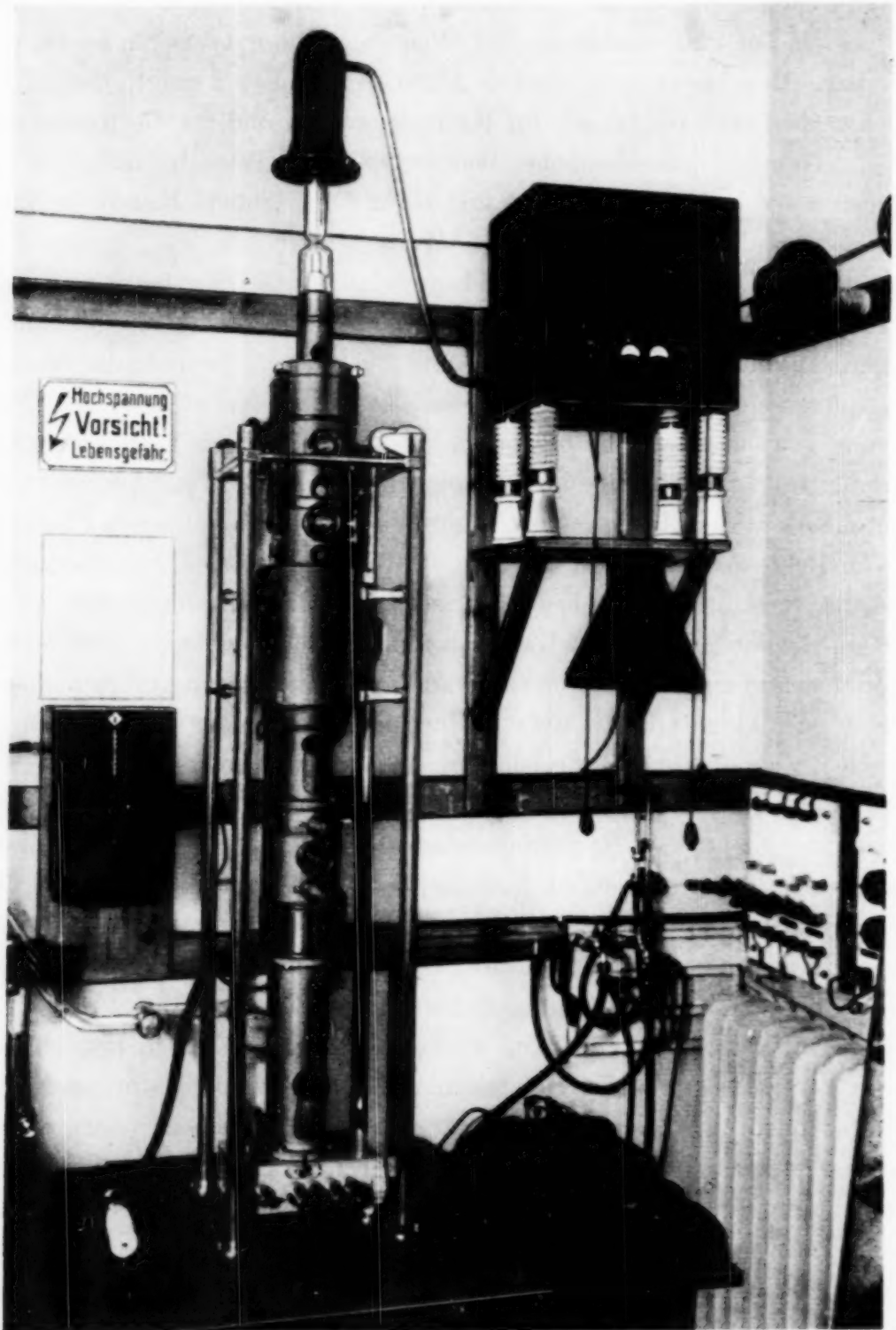


Fig. 2. Gesamtansicht des Universal-Elektronenmikroskops für höchstes Auflösungsvermögen. oder Objektivstrom immer in gleicher Lage gegenüber dem Fadenkreuz gehalten wird.



Durch zwei in der Schnittzeichnung der Fig. 1 erkennbare Hähne läßt sich der Vakuumraum des Objekt-Objektivsystems vom Hauptvakuum des Instruments abtrennen. Nach Absperrung und Lufteinlaß kann das ganze System der magnetischen oder elektrostatischen Linse herausgenommen werden. In dieses Linsensystem wird außerhalb die Objektträgerpatrone eingesetzt. Die beschriebene Konstruktion gestattet bei magnetischen Linsen eine besonders massive Ausgestaltung der Polschuhe und läßt ferner bei magnetischen und elektrostatischen Linsen eine Zentrierung des Objektivsystems auch außerhalb des Instruments unter einer lichtmikroskopischen Hilfseinrichtung zu. In Verbindung mit der weiter unten besprochenen Objekthalterung, die die übliche Feinbewegung des Objekts senkrecht zur optischen Achse zuläßt, besitzt die angedeutete Bauweise die Eigenschaft, daß die Objekthalterung auf kürzestem Wege mit dem Polschuh oder der Linsenelektrode mechanisch verbunden ist. Erst hieraus ergibt sich die völlige *Unempfindlichkeit des Mikroskops gegen mechanische Erschütterungen*. Hierdurch und durch die weiter unten besprochene vollständige magnetische Schirmung wird es möglich, das Instrument in normalen Arbeitsräumen ohne besondere Fundamente aufzustellen und trotzdem mit einer Treffsicherheit von etwa 90 % zu jeder Tageszeit unverwackelte Bilder höchster Auflösung aufzunehmen. Die stabile Lage des Objekts gegenüber dem Objektiv mußte nicht zuletzt auch im Hinblick auf die längeren Belichtungszeiten bei Dunkelfeld-Betrieb, sowie auf die Stereobildaufnahme gewährleistet sein.

Die Anpassung der Konstruktion an Untersuchungsaufgaben, bei denen mit längeren Belichtungszeiten gerechnet werden muß, zwang zu einer vorzüglichen *magnetischen Abschirmung* aller störempfindlichen Teile des Strahlenganges. Bei diesem Instrument ist nicht nur der Bereich zwischen Objektiv und Projektionslinse durch Permalloy-Rohre wirksam magnetisch geschirmt, sondern auch der Raum des abbildenden Objektivfeldes und seine Umgebung. Die Abschirmung der zuletzt genannten Zone wird durch eine in der Höhe leicht verschiebbare, außen über das Instrument gehängte Permalloy-Bandabschirmung bewirkt. Die Außenabschirmung hat zwar den Nachteil, daß sie sehr erhebliche Materialmengen beansprucht, doch wurde sie bei dem vorliegenden Instrument gewählt, um die Bauweise des Objektivsystems nicht zu sehr festzulegen. Eine Teilansicht, aus der die Ausführung und Anordnung dieser Abschirmung zu ersehen ist, vermittelt Fig. 3. Messungen am laufenden Instrument ergaben, daß  $10^{-3}$  Gauß Änderung der Horizontalkomponenten des magnetischen Erdfeldes nur einen in die Objektebene reduzierten Auslenkfehler von  $10^{-6}$  mm hervorrufen.

Zur Beurteilung der Zentrierung des Instruments sowie zur Übersichtsbildbeobachtung des Objekts ist vor der Projektionseinheit ein normaler Fluoreszenzschirm von etwa 30 mm Durchmesser mit einer kleinen Mittelöffnung vorgesehen. Der Schirm besitzt einseitig einen Ausschnitt, so daß

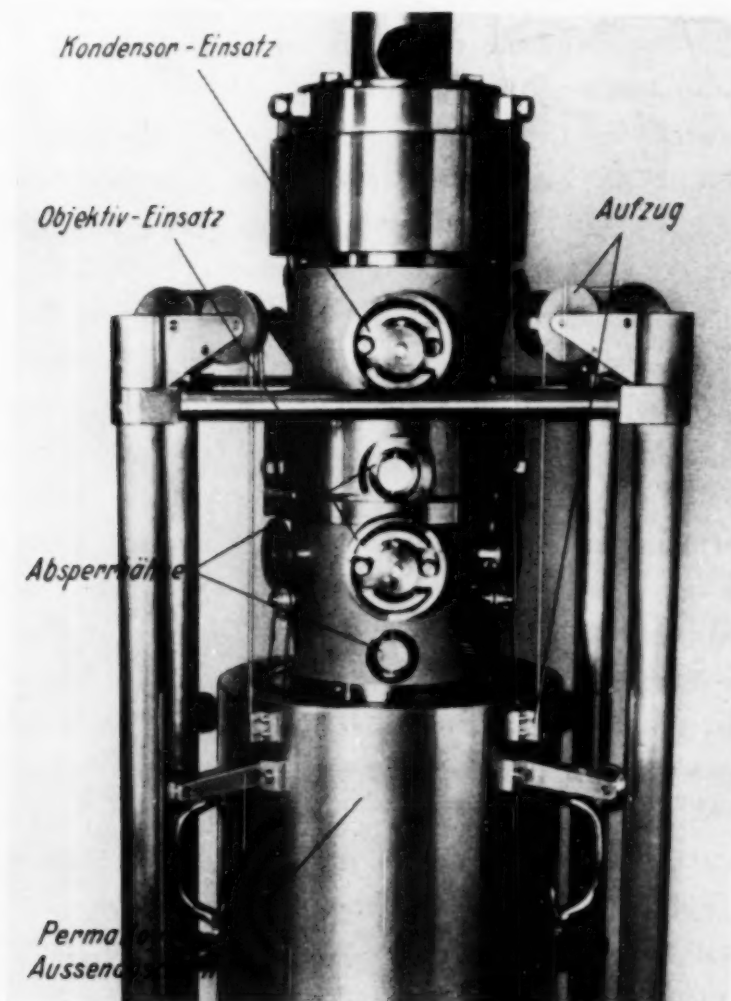


Fig. 3. Die Permalloy-Außenabschirmung bei herabgelassenem Aufzug.

eine Zone des Zwischenbildes sogar während der photographischen Aufnahme auf einem Einkristall-Leuchtschirm <sup>1)</sup> mit Hilfe des oberen Lichtmikroskops der Projektionseinheit betrachtet werden kann. Ein zweiter Einkristall-Schirm für Projektionsbildbeobachtung wird bei etwa 10 % der Bildweite der Projektionsstufe eingeschaltet, so daß hier die elektronenoptische Vergrößerung auch nur 10 % der Gesamtvergrößerung beträgt. Diese Abstufung erschien als günstigster Kompromiß im Hinblick auf Intensitäts- und Auflösungsverhältnisse. Mit Rücksicht auf die extreme Tiefenschärfe der Abbildung hinter der Projektionslinse ist trotz der um 1000 % voneinander

<sup>1)</sup> M. von Ardenne, ZS. f. techn. Phys. **20**, 235, Heft 8, 1939.

abweichenden Bildweiten die beste Schärfe des Endbildes dann gegeben, wenn die lichtmikroskopische Projektionsbild-Beobachtung beste Schärfe erkennen läßt. In Übereinstimmung mit den früheren theoretischen Abschätzungen hat sich auch praktisch die große Überlegenheit des Einkristall-Leuchtschirmes bei schwachen Strahlenintensitäten bestätigt. So leisteten die Einkristall-Schirme sehr wertvolle Hilfe bei der Scharfstellung der weiter unten wiedergegebenen Dunkelfeld-Bilder. Zur Beobachtung des ganzen Endbildes ist, wie üblich, die Verschlußplatte der Kamera mit einer Fluoreszenzschicht versehen, die in Aufsicht über eine Lupe betrachtet wird.

Die *Plattenkamera* ist so bemessen, daß Reihen von beispielsweise vier Bildern vom Format 30 : 45 mm aufgenommen werden können.

Das Instrument steht auf einem stabilen Tisch, an dessen Rückseite ein T-Träger befestigt ist, der die weitere Abstützung des Mikroskops übernimmt. Es ist für Spannungen bis zu  $10^5$  Volt eingerichtet. Bei der Betriebsspannung von 60 kV und elektrostatischem Objektiv ist die Brennweite des letzteren etwa 2,5 mm. Mit magnetischem Objektiv beträgt die Brennweite dagegen nur 1,6 mm. Mit einer Sonderkonstruktion, die etwas schwerer zu handhabende und herstellbare Objektträger mit sehr kleinen Abmessungen besitzt, konnten sogar Objektivbrennweiten von 0,9 mm für Spannungen bis zu 70 kV hergestellt werden. Die Brennweite der Projektionslinse kann auf 1 mm verringert werden, wenn auch hier in der Regel wesentlich größere Brennweiten zur Anwendung kommen. Die Bildweite beider Vergrößerungsstufen beträgt 650 mm, so daß beispielsweise mit 1 mm Brennweite der einzelnen Stufen eine Vergrößerung von je 650 und damit für beide Stufen zusammen eine *maximale elektronenoptische Vergrößerung von fast  $5 \cdot 10^5$*  resultiert. Praktisch wird bei Anwendung von Schumann-Platten (siehe unten) mit einer elektronenoptischen Vergrößerung von etwa  $8 \cdot 10^3$  bis  $1,5 \cdot 10^4$  gearbeitet.

Zur *Gewinnung übermikroskopischer Stereobilder* wird der Objektträger unter Vakuum von außen geschwenkt und seine Lage unter Beobachtung des Leuchtschirmbildes nachjustiert, so daß nacheinander zwei Bilder des gleichen Objektausschnittes erhalten werden, die sich nur durch die geänderte Durchstrahlungsrichtung unterscheiden.

*Strahlerzeugungssystem und Kondensoreinheit.* Das Strahlerzeugungssystem besteht aus einer Wolframdrahtkathode, einer sie umgebenden Steuerelektrode von schwach negativem Potential (Wehnelt-Zylinder) und einer dazu gleichachsigen zweiten durchbohrten Elektrode (Anode) von dem Potential der Beschleunigungsspannung. Die Durchgriffsverhältnisse sind so gewählt, daß bei 100 bis 200 Volt negativer Vorspannung der Steuer-



elektrode und bei der Beschleunigungsspannung von 60 bis 70 kV ein schwach divergierendes Elektronenbündel von etwa  $2$  bis  $5 \cdot 10^{-4}$  Amp. Gesamtstrom sich einstellt. Die Glühkathode befindet sich, wie dies bei Elektronenstrahl-Großprojektionsanlagen für Fernsehversuche bekannt ist, in einer einfachen auswechselbaren Patrone und kann nach Querstellung des obersten Absperrhahnes des Instruments im Laufe weniger Minuten erneuert werden. Durch Verschiebung und Verkantung des Kathodensystems gegen die Anodenblende mit Hilfe der schon in Fig. 1 angedeuteten Schraubenanordnungen läßt sich während des Betriebes unter Beobachtung der mit einem Leuchtschirm versehenen Zentrierblende das Elektronenbündel gegenüber dieser Blende ausrichten. Durch die in der Schnittzeichnung Fig. 1 dargestellte Form des Eisenmantels der Kondensorspule ist die konstruktive Einfügung des Blendeinsatzes für Wechsel der Blendgröße und auch der Beleuchtungsart unter Vakuum gelungen. Die Entfernung zwischen der durch den Kondensor abgebildeten Ebene des Elektronenstrahles und dem Schwerpunkt der Kondensoroptik ist etwa doppelt so groß wie die Strecke Kondensoroptik—Objekt, so daß im Kondensorsystem eine Verkleinerung auf  $1/2$  stattfindet. Hieraus folgt eine besonders geringe Gesamtbelastung von Objekt und Objektträger durch die auffallende Elektronenstrahlung, ohne daß der bestrahlte Objektquerschnitt bereits die Größenordnung des Gesichtsfeldes annimmt bzw. ohne daß die Zentrierung des Kathoden- und Kondensorsystems kritisch erschwert wird. Auch bei längeren Bestrahlungszeiten bleibt die unerwünschte Mitbelastung des Objektträgers so schwach, daß die Untersuchung wärmeempfindlicher Objekte gelingt, sofern nicht die Strahlungsabsorption im Objekt selbst bereits frühere Grenzen zieht.

Der Blendeinsatz ist ähnlich konstruiert wie der entsprechende unten ausführlicher abgebildete Blendeinsatz des Objektivsystems. Die verschiedenen Blendbohrungen befinden sich genau ausgerichtet auf einer Blendzunge, die über einem mit Teilung versehenen Federkörperantrieb um genau definierte Beträge verschoben werden kann. Die Teilansicht einer Blendzunge mit drei Dunkelfeldblenden verschiedener Apertur und einer Hellfeldblende vermittelt Fig. 4. Das Arbeiten mit Dunkelfeldblenden erfordert eine sehr sorgfältige Anpassung der beteiligten Aperturen und eine besonders genaue Zentrierung. Ein recht leistungsfähiger *Dunkelfeld-Betrieb* läßt sich auch mit Hellfeldblenden im Kondensor dadurch erreichen, daß nach Einstellung der größten Beleuchtungsstärke entweder die Blende des Objektivs oder aber das ganze Kondensorsystem etwas verstellt wird. Elektronenoptisch günstiger ist der zweitgenannte Weg. Beide Maßnahmen



bewirken, daß die von der Elektronenquelle kommende Strahlung nicht mehr unmittelbar in die kleine Objektöffnung gelangt, sondern nur die am

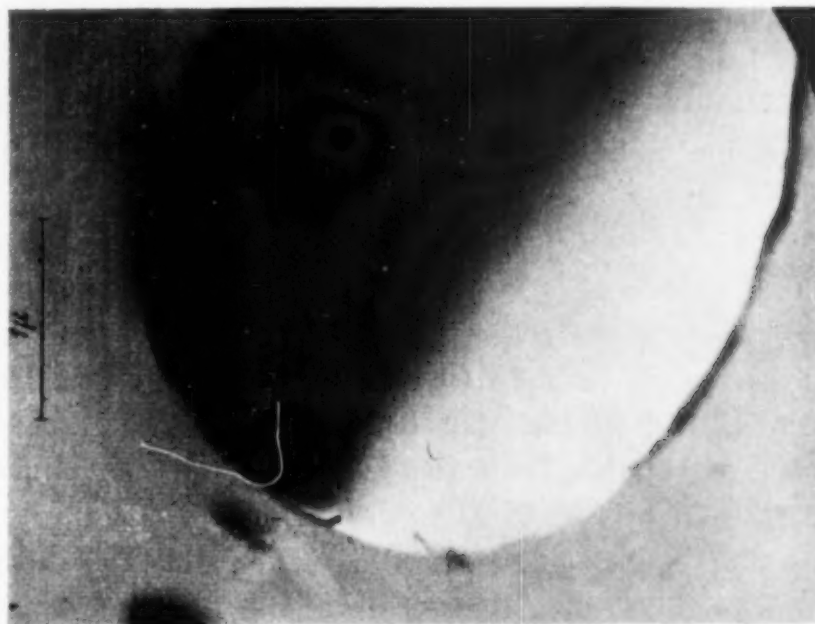


Fig. 5. Die teilweise mit Dunkelfeld (oben rechts) und teilweise mit Hellfeld durchgeführte Aufnahme einer dünnen Kolloidumfolie mit Loch.

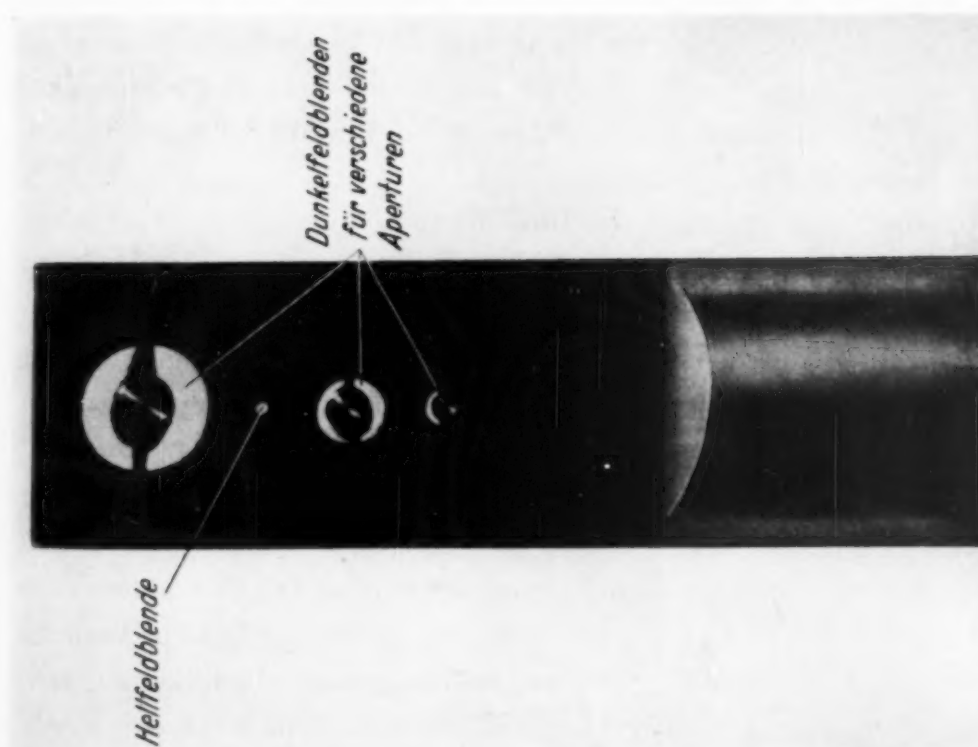


Fig. 4. Blendzunge der Kondensoroptik mit drei Dunkelfeldblenden und einer Hellfeldblende.

Objekt schwach gestreute Strahlung. Der Übergang zum Dunkelfeld-Betrieb durch Dezentrierung führt über eine Zwischenstufe, wo ein Teil des Gesichtsfeldes im Hellfeld und der übrige im Dunkelfeld erscheint. Ein in

diesem Zwischenstadium aufgenommenes Bild vermittelt Fig. 5. Je schwächer die Dezentrierung ist, d. h. je näher die Hellfeldzone an die zu beobachtende Zone des Gesichtsfeldes heranrückt, eine desto geringere Streuung am Objekt wird notwendig, um die Streustrahlung auf die Öffnung der Objektivblende zu lenken. Je kleiner die Dezentrierung ist, mit der ein Dunkelfeld-Betrieb auf dem angedeuteten Wege herbeigeführt wird, desto hellere Dunkelfeldbilder werden also erhalten und desto dünnere Objekte werden erkennbar. Zentrierung und Dezentrierung des Kondensorsystems erfolgen durch die beiden in der Schnittzeichnung Fig. 1 angedeuteten Justiervorrichtungen, die sowohl eine Parallelverschiebung als auch eine Verkantung des ganzen Beleuchtungssystems gestatten. Der Strahlengang im Kondensorsystem ist magnetisch durch Permalloyrohre abgeschirmt. Erst hierdurch wird erreicht, daß die im Laufe von Stunden oder Tagen eintretenden, sehr starken Erdfeldschwankungen ohne Einfluß auf die Güte der Zentrierung des Instruments bleiben.

*Objekt- und Objektivsystem.* Das Objekt- und Objektivsystem wird entweder durch die in Fig. 6 photographierte Einheit mit *elektrostatischer Linse* oder durch die in Fig. 7 aufgenommene *Einheit mit magnetischer Polschuhlinse* gebildet. Einzelheiten über Daten und Ausführung der hier benutzten elektrostatischen Linse sind bereits am anderen Ort <sup>1)</sup> veröffentlicht worden. Die Außenansicht des Objektivsystems bei Betrieb mit elektrostatischer Linse bringt Fig. 8, während die Außenansicht bei Einsatz der magnetischen Linse sich schon in Fig. 3 findet.

Die oberhalb und unterhalb des Linsenraumes vorgesehenen Hähne zur Abtrennung des Hauptvakuum sind so ausgeführt, daß der Strahlengang gegen Dichtungsfett-Reste abgeschirmt ist. Die entsprechenden Abschirmrohre sind aus Permalloy-C-Material hergestellt und dienen gleichzeitig zur Verbesserung der magnetischen Abschirmung. Die Anordnung des Abschirmrohres im Innern einer Hahnbohrung zeigt Fig. 9.

Die verschiedenen Bestandteile des *Polschuh-Objektträger-Einsatzes* sind in Fig. 10 zu sehen. Der mit einem Federkörper kombinierte *Aperturblendenteil* kann aus dem Polschuh seitlich herausgenommen werden. Der Durchmesser des feinsten Kanals auf der Blendzunge ist nur  $5\ \mu$  bzw. in neuerer Zeit  $3\ \mu$ . Auch für die kürzesten verwirklichten Objektivbrennweiten genügen Blendkanaldurchmesser dieser Größe, um übermikroskopische Dunkelfeldbilder von dem weiter unten nachgewiesenen hohen Auflösungsvermögen zu liefern. Entscheidend für die Bildgüte bei Anwendung so kleiner reeller Objektivaperturen ist aller-

<sup>1)</sup> M. von Ardenne, Naturwissensch. **27**, 614, Heft 36, 1939.

dings, daß die Blende auf chemischem Wege von Fettschichten, sowie mit Hilfe eines Mikromanipulators von störenden Partikeln auf das peinlichste

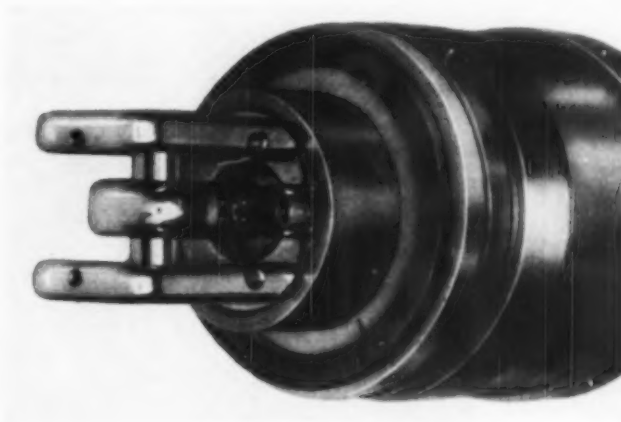


Fig. 6.  
Objekt-Objektiveinsatz mit elektrostatischer Hochspannungslinse.

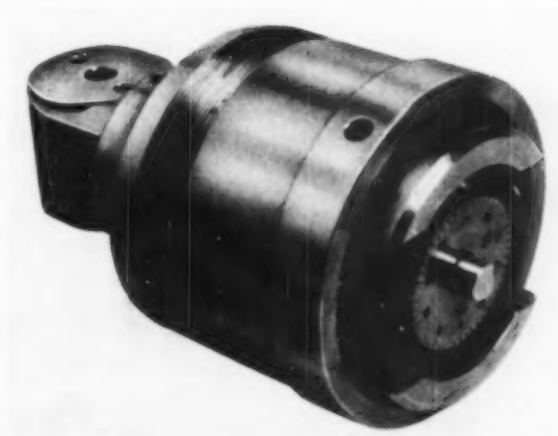


Fig. 7.  
Objekt-Objektiveinsatz mit magnetischer Polschuhlinse.

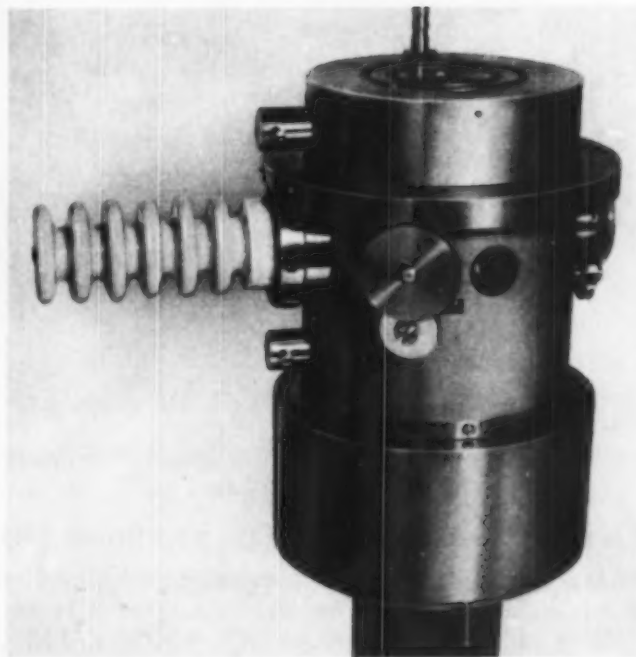


Fig. 8.  
Außenansicht des Objektivsystems  
bei Betrieb mit elektrostatischer Linse.

gesäubert ist. Nicht nur beim Dunkelfeld-Betrieb, sondern auch bei der Untersuchung dickerer Objektschichten hat sich die Einführung so kleiner reeller Blendöffnungen in Übereinstimmung mit früheren Betrachtungen<sup>1)</sup>

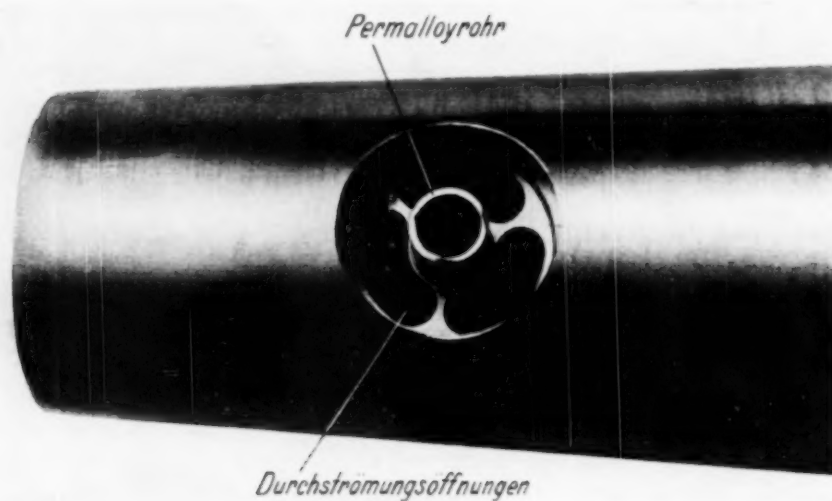


Fig. 9. Abschirmung des Strahlenganges in der Bohrung eines der Absperrhähne gegen Aufladungsstörungen an Dichtungsfetten und gegen magnetische Störfelder.

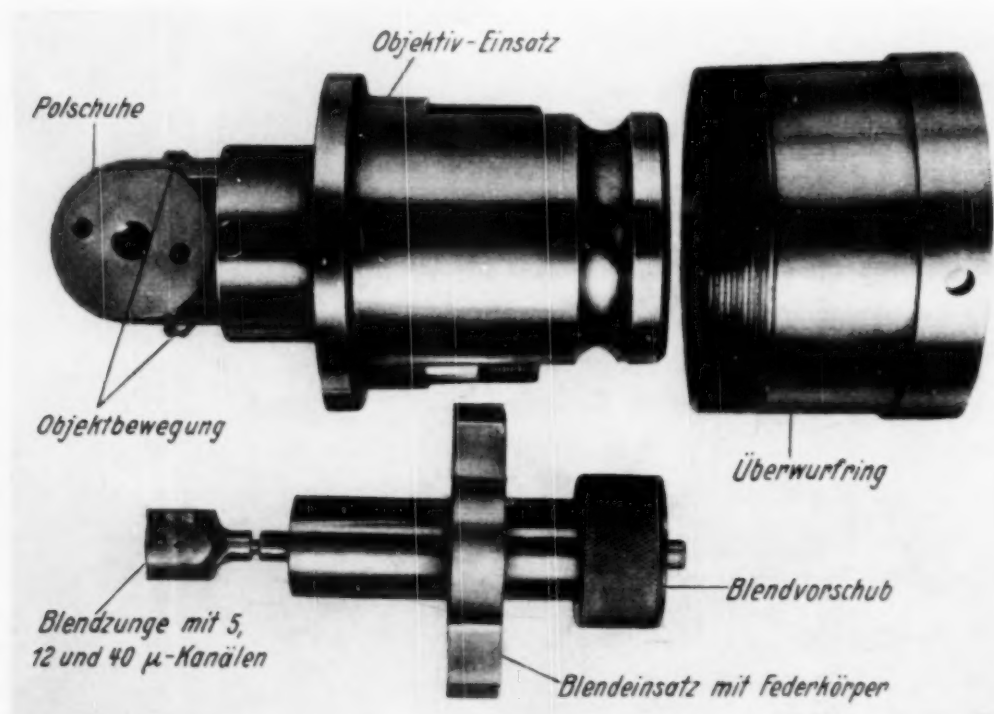


Fig. 10. Die verschiedenen Bestandteile des Polschuh-Objektträger-Einsatzes.

als äußerst nützlich erwiesen. So wurden beispielsweise gewisse innere Strukturen an Diatomeen mit verklebten Maschen überhaupt erst erkennbar, als

<sup>1)</sup> M. von Ardenne, ZS. f. Phys. 113, 257, Heft 3/4, 1939.



bei der kleiner ngen <sup>1)</sup> der chromatische Abbildungsfehler mit Hilfe einer Objektivblende der angegebenen Feinheit eine starke Schwächung erfuhr. Die Blende selbst wird entweder durch eine Mehrfach-Kreuzspaltblende oder durch feinste Bohrungen <sup>1)</sup> in einem 0,1 mm starken Tantalstreifen gebildet. Auch die Kreuzspaltblende benutzt Tantalstreifen. Die letzteren sind auf der Seite des Spaltes in der Ebene senkrecht zur Streifenebene optisch plan angeschliffen, poliert und vom Grat befreit.

Ebenso wie bei dem Blendeinsatz des Kondensorsystems kann mit Hilfe einer Skala die Lage der Blendzunge im Polschuhsystem kontrolliert werden. Die Markierung oder Eichung dieser Skala erfolgt nach Herausnahme des Polschuheinsatzes unter Benutzung der in Fig. 11 abgebildeten lichtmikroskopischen Hilfseinrichtung. In der Richtung senkrecht zum Vorschub der Blendzunge wird die Zentrierung der Blendkanäle gegenüber der Achse des Polschuhsystems durch zwei Schrauben bewirkt.

Die *Objektträgerblenden* werden in den herausgenommenen Objektiv-einsatz eingebracht. Die Objektpatrone, in die die Objektträgerblende eingelegt wird, kann spannungsfrei gegenüber dem Objektivsystem in der Ebene senkrecht zur optischen Achse bewegt werden. Das Prinzip dieser *Objektbewegung* findet sich in Fig. 12 für ein magnetisches Objektiv dargestellt. Die Objektpatrone, in die die Objektträgerblende eingesetzt wird, besitzt an ihrer Unterfläche eine plangeschliffene Ebene. Durch eine Andrückfeder wird diese Fläche der Objektpatrone an eine gegenüberstehende etwas größere Fläche im Innern des Polschuhs bzw. der Linsenelektrode gedrückt. Infolge des unmittelbaren Kontaktes zwischen Objektpatrone und der Linseneinheit ist die schon oben erwähnte völlig stabile Objektlage gegenüber Objektiv auch für längere Zeiträume gegeben. Gleichzeitig hat diese Bauweise den Vorzug, daß bei magnetischen Linsen der Eisenquerschnitt in der Nähe der Polschuhspitze nur sehr wenig geschwächt wird. Die oben genannten Werte für die *Brennweiten* der magnetischen Objektive, die *nur etwa ein Drittel der bisher benutzten*, in der Literatur erwähnten, *Objektivbrennweiten* betragen, sind dem hier eingeschlagenen neuen Konstruktionswege zu verdanken. Die Bewegung des Objektes, die durch einen Schnurtrieb neben den Beobachtungsmikroskopen gesteuert wird, erfolgt völlig spannungsfrei dadurch, daß die Objektpatrone auf der Anlagefläche gemäß Fig. 12 hin und her gestoßen wird. Selbst feinste Objektverschiebungen von nur  $10^{-5}$  mm lassen sich in den jeweils gewünschten Richtungen mit dieser

<sup>1)</sup> Die sehr schwierige Herstellung der Bohrungen erfolgte durch J. Richter mit Hilfe einer an anderer Stelle beschriebenen Hilfseinrichtung: M. von Ardenne u. H. Reibedanz, ZS. f. Instrkde. 60, 22, Heft 1, 1940.

einfachen, in Objektivnähe wenig Raum beanspruchenden Methode durchführen. Die Anordnung der einschraubbaren, mit Federkörper und Übersetzung ausgerüsteten Antriebseinrichtungen für die Objektbewegung in der

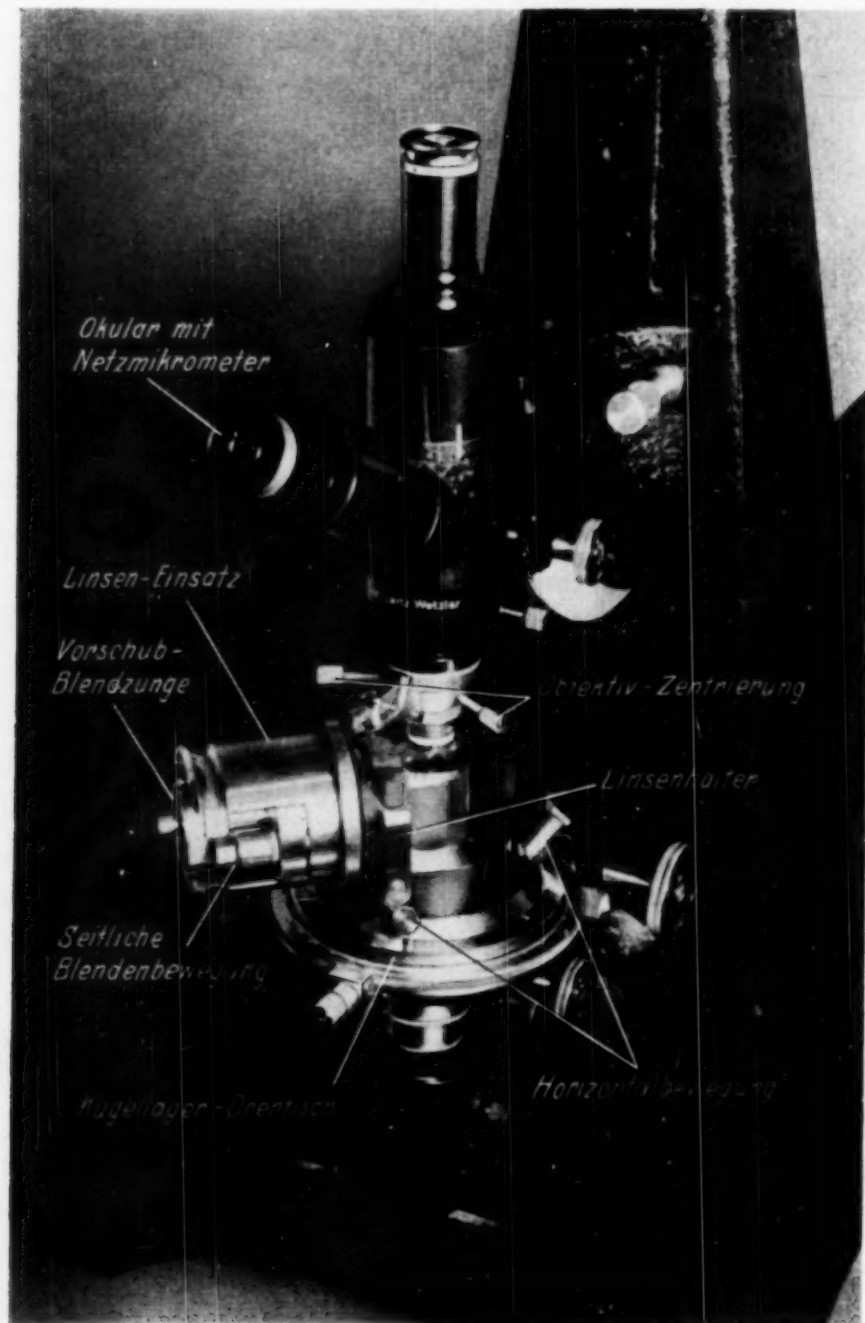


Fig. 11. Lichtmikroskopische Hilfseinrichtung mit Drehtisch zur Zentrierung der Objektivblenden.

Objektiveinheit zeigt Fig. 13. Gleichzeitig sind auf diesem Bilde die Magnete im Innern zu erkennen, die bei Betrieb mit elektrostatischer Linse lediglich die Rolle von Gefäßwandungen übernehmen. Ein besonders großer Wickelraum für die Erregerspule ist vorgesehen, um die Gleichstromleistung

zum Betrieb des magnetischen Objektivs möglichst niedrig zu halten und um damit eine wichtige Voraussetzung für die Schaffung gleichbleibender Be-

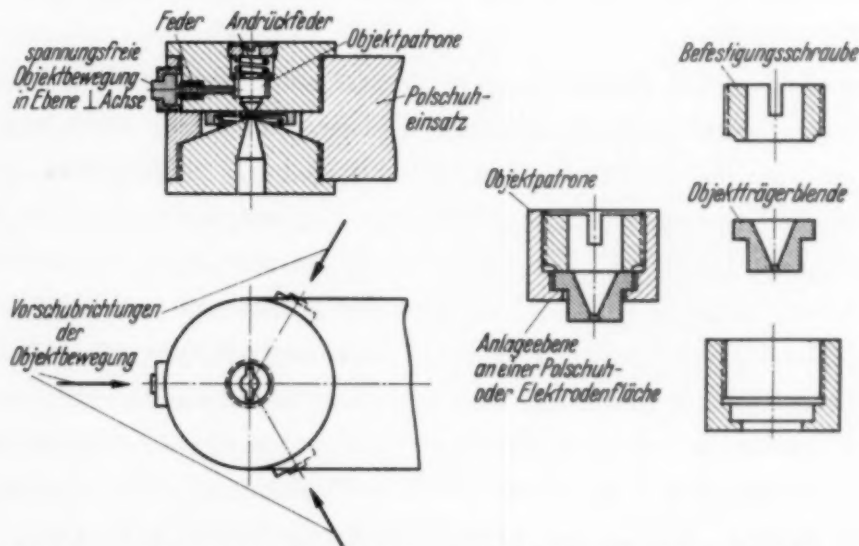


Fig. 12. Halterung und spannungsfreie Bewegung der Objektträgerblende im Linseneinsatz.

triebsverhältnisse zu erfüllen. Die verschiedenen Teile des Objektivsystems sind fest ineinander unter Anwendung von Gummidichtungen verschraubt. Bemerkenswert ist, daß eine Eisen-Messing-Lötung bei dieser Bauweise völlig vermieden ist. Vier Hauptschrauben halten die ganze Einheit zusammen.

Der Objektwechsel oder auch der Übergang zu einem anderen Objektiv dauert nur etwa 2 bis 3 Minuten, da die beiden Absperrhähne oberhalb und unterhalb des Objektiveneinsatzes die Abtrennung der übrigen Räume des Instruments während des Wechselvorganges gestatten. — Auch die gesamte Strecke zwischen Objekt und Projektionslinse ist durch

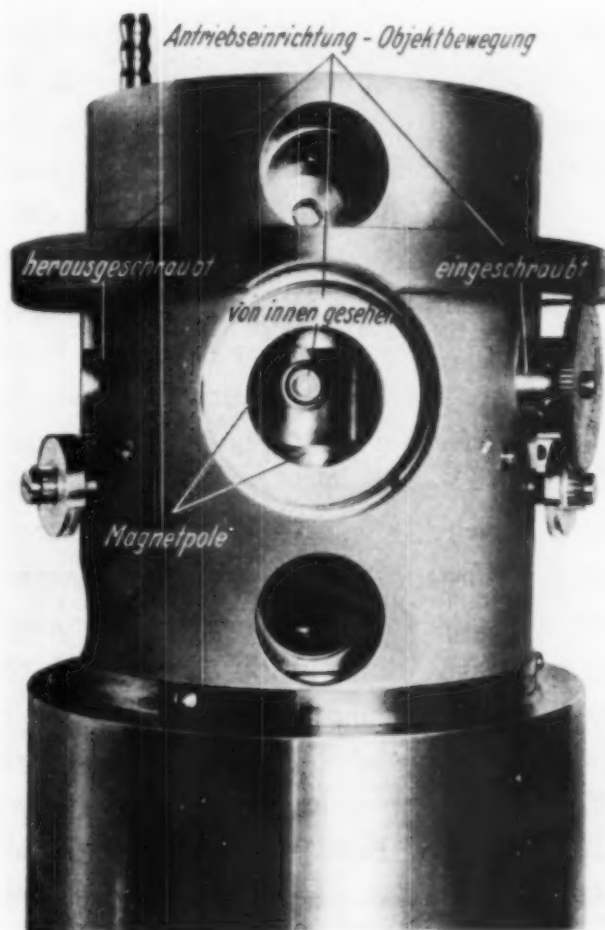


Fig. 13. Die Anordnung der Antriebseinrichtungen für die Objektbewegung in der Objektiveneinheit.

ein- oder mehrfache Hüllen aus Permalloy-C-Material so vorzüglich geschirmt, daß Gleichfeldschwankungen und Wechselfelder durch benachbarte Anlagen des Laboratoriums keinerlei feststellbare Auslenkungen des Endbildes ergeben.

*Vorrichtung zum Herstellen stereoskopischer Teilbilder.* Das Elektronenmikroskop arbeitet mit Aperturen, die zwei bis drei Größenordnungen kleiner sind als die Aperturen des Lichtmikroskops. Infolgedessen ist beim Elektronenmikroskop die Tiefenschärfe zwei bis drei Größenordnungen besser als beim Lichtmikroskop. Es gelingt daher mit ihm, auch solche Objekte in gleichmäßiger Schärfe abzubilden, die eine größere räumliche Ausdehnung besitzen. Der Bereich größter Schärfe in Richtung der Mikroskopachse hat bei dem Elektronenmikroskop ungefähr den Wert des Gesichtsfelddurchmessers. Das Elektronenmikroskop ist daher hervorragend geeignet, um stereoskopische Bilder zu vermitteln. In vielen Fällen offenbart erst das stereoskopische Bild den wahren Aufbau der ultramikroskopischen Feinstruktur. Das Erkennen und Verstehen vieler bisher unbekannter Strukturen, die erst durch das Elektronenmikroskop in unser Blickfeld gerückt sind, wird durch das Raumbild ungemein erleichtert. In der Erkenntnis der großen Zukunftsaussichten des *Stereo-Elektronenmikroskops* wurden vom Verfasser die verschiedenen Wege zu seiner Gestaltung eingehend geprüft. Um stereoskopische Teilbilder zu erhalten, müssen bekanntlich zwei Bilder des gleichen Objektausschnitts hergestellt werden, bei denen die Achsenrichtung der Abbildung gegenüber der Hauptebene des Objekts um Winkelbeträge von möglichst 10 bis 15° abweichen. Außer der Nachbildung des Stereo-Lichtmikroskops mit Hilfe geeignet ausgebildeter Doppeloptiken bestehen auch folgende Wege: Der erforderliche Winkelunterschied kann dadurch bewirkt werden, daß bei feststehendem Objekt die Einfallsrichtung einer einzigen abbildenden Strahlung verändert oder bei einem festliegenden Abbildungsstrahlengang die Hauptebene des Objekts geneigt wird. Da die Richtung einer abbildenden Elektronenstrahlung trägheitslos umsteuerbar ist und da auch der Weg mit Doppeloptiken (die der Verfasser für die Zwecke des Mikrooszillographen bereits entwickelt hat) gangbar ist, wären grundsätzlich Elektronenmikroskope denkbar, die unmittelbar auf einem Leuchtschirm zwei nebeneinander liegende Teilbilder liefern, welche wie beim Stereoskop über je eine Lupe betrachtet werden können. Fast alle elektronenmikroskopischen Objekte zeigen jedoch keine schnellen Bewegungen. Fast immer genügt es daher, einem bekannten Verfahren der Lichtmikroskopie<sup>1)</sup> zu folgen und zeitlich nacheinander durch einfache

<sup>1)</sup> L. E. W. van Albada, Handb. d. wiss. u. angew. Photographie 6, Teil I, 1931, S. 52, Abb. 68. Wien, Verlag Julius Springer.



mechanische Neigung der Hauptebene des Objekts in einem normalen Elektronenmikroskop die stereoskopischen Teilbilder zu gewinnen<sup>1)</sup>. Das Schema einer hierfür entwickelten Hilfseinrichtung zeigt Fig. 14. Die Objekthalterung wird mit Hilfe einer Feder gegen eine zylindrische oder sphärische Gleitfläche gedrückt, deren Krümmungsmittelpunkt genau mit der Mitte der Bohrung der Objektträgerblende zusammenfällt. Hierdurch wird erreicht, daß die Auswanderung des Objektausschnitts beim Ausführen der Schwenkung nur sehr geringe Beträge annimmt, so daß kleine Nachstellungen der Objektbewegung genügen, um für beide Teilbilder den gleichen Ausschnitt zur Abbildung zu bringen. Die an anderer Stelle dieser Veröffentlichung erwähnte Formataufteilung der Plattenkamera für Reihenaufnahme ist gewählt worden, um die beiden Teilbilder jeweils auf eine einzige  $4\frac{1}{2} \cdot 6$  cm-Platte bringen zu können. Auch schon für die visuelle Beobachtung kann die Objekt-Schwenkeinrichtung einen Gewinn bringen. Durch leichte periodische Bewegung dieses Mechanismus gelingt es zuweilen, bereits aus der Fluoreszenzbildbetrachtung eine räumliche Vorstellung von der übermikroskopischen Struktur zu erhalten (Eisenbahneffekt der Filmtechnik!).

**Projektionslinsensystem.** Die Außenansicht des *Projektionslinsensystems* vermittelt Fig. 15. Durch Drehen an dem Einrücktrieb können die beiden zur Zwischenbildbeobachtung und zur Projektionsbildbeobachtung

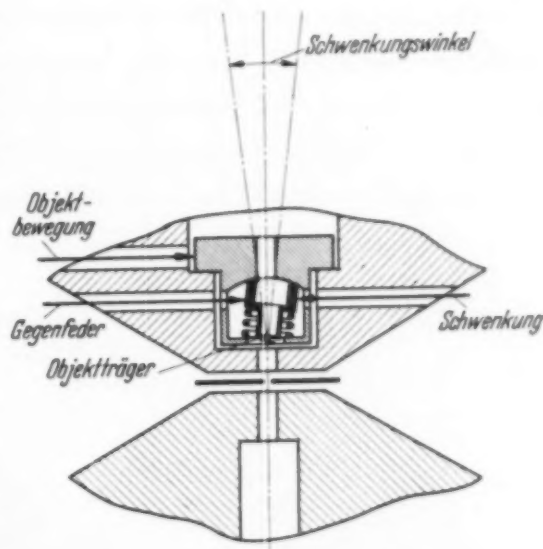


Fig. 14. Objektschwenkeinrichtung zum Herstellen stereoskopischer Teilbilder.

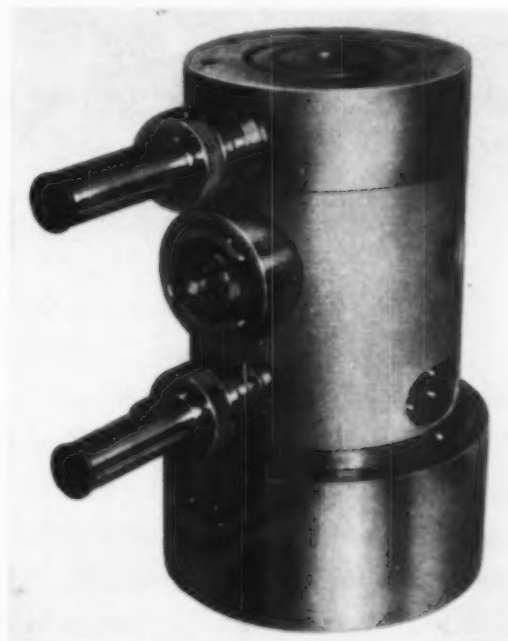


Fig. 15. Außenansicht des Projektionslinsensystems mit einschaltbaren Beobachtungsmikroskopen und auswechselbarem Projektionslinseneinsatz.

<sup>1)</sup> Diese Erkenntnis findet sich beiläufig schon in einer älteren Patentbeschreibung erwähnt: E. Ruska, D. R. P. 659092 vom 12. XII. 34.

vorgesehenen und gleichartig ausgeführten Mikroskope um genau definierte Beträge mehr oder weniger in den Strahlengang eingerückt werden. Die Ausführung eines *Beobachtungsmikroskops* mit Einrückmechanismus und Trommelskala zeigt Fig. 16. Unmittelbar vor dem Mikroskopobjektiv befindet sich ein 90°-Umlenkprisma. Dieses trägt auf seiner horizontalen Fläche ( $3 \cdot 3$  mm) einen äußerst dünnen, sauber geschliffenen *Einkristall-Leuchtschirm*. Die der Strahlung zugekehrte Fläche des Einkristallschirms



Fig. 16. Beobachtungsmikroskop mit Einkristall-Leuchtschirm.

wird in etwa 100facher linearer Vergrößerung betrachtet. Die lineare Nachvergrößerung durch die Projektionsstufe liegt in der Regel bei Werten zwischen 20 und 50.

*Reihenbild-Kamera.* Die Plattenkamera arbeitet in der üblichen Weise mit zwei unabhängig voneinander zu betätigenden vakuumdichten Schleusentoren, um ein rasches Auswechseln der Plattenkassetten ohne Lufteinlaß auf das gesamte Instrument zu ermöglichen. Die Außenansicht der Kamera mit Kassette bringt Fig. 17. Die Kassette ist zur Aufnahme von zwei hintereinander liegenden Platten vom Format  $4\frac{1}{2} \times 6$  cm eingerichtet. Der größte Bildausschnitt beträgt  $30 \times 45$  mm. Aus den in einer früheren Arbeit <sup>1)</sup> eingehend dargelegten Gründen kommen durchweg *Schumann-Platten* zur Anwendung, die heute von der Agfa in solcher Form hergestellt

<sup>1)</sup> M. von Ardenne, ZS. f. Phys. 114, 379, Heft 5/6, 1939.

werden, daß die früher übliche Spezialbehandlung sich erübrigt. Die Schumann-Platten ergeben für Elektronen der beim Elektronenmikroskop bestehenden Voltgeschwindigkeit ein Auflösungsvermögen, das mindestens sechsmal so groß ist wie das Auflösungsvermögen normaler photographischer Schichten für Elektronenstrahlung. Abgesehen von den Vorteilen, die sich im Hinblick auf Objektbelastung und Belichtungszeit aus dieser Überlegenheit ergeben, hat das größere Auflösungsvermögen der Schumann-Schicht zur Folge, daß auf dem kleinen Bildausschnitt von  $30 \times 45$  mm sich der

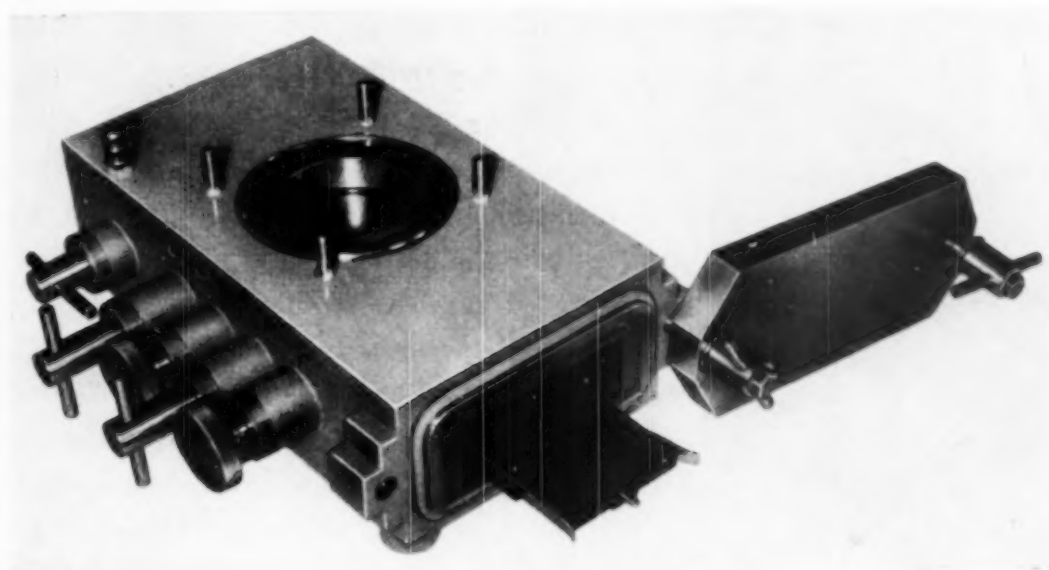


Fig. 17. Außenansicht der Reihenbild-Kamera.

gleiche Bildinhalt (Bildelementzahl!) unterbringen läßt wie auf einer normalen photographischen Platte von etwa  $18 \times 24$  cm Format. Diese Zahlenwerte und der Hinweis auf die konstruktiven und vakuumtechnischen Schwierigkeiten bei der Entwicklung von Reihenbild-Kameras für größere Plattenformate mögen genügen, um die Anwendung des *Kleinbild-Prinzips* in der Elektronenmikroskopie nachdrücklich zu befürworten. Die selbstverständlich notwendige *optische Nachvergrößerung* der so erhaltenen Kleinformatbilder erleichtert das Abgleichen der Gesamtvergrößerung auf bestimmte geradzahlige Werte, sowie die Auswahl gewünschter Ausschnitte aus dem Gesichtsfeld. Ihre Notwendigkeit ist daher keineswegs als Nachteil zu werten.

Unmittelbar oberhalb der Kameraöffnung befindet sich, mit einem Leuchtschirm versehen, der *photographische Verschuß*. Mit Hilfe eines Schliffes kann die Verschußplatte in weniger als  $\frac{1}{10}$  Sekunde geöffnet oder geschlossen werden. — Durch leicht ein- und austastbare Ablenkfelder zwischen Elektronenstrahler und Kondensor kann zwar eine Strahlsperrung

im Mikroskop bewirkt werden, ohne daß die Belastung der Hochspannungsanlage oder der Abbildungsstrahlengang eine Änderung erfährt; diese zunächst naheliegende Methode hat jedoch zur Folge, daß das Objekt unmittelbar nach Einschaltung des Strahles, also zu Beginn der Exposition sich durch Sekundäremissionseinflüsse auflädt und durch elektrostatische Kräfte verlagern kann. Es hängt dabei von den Sekundäremissionseigenschaften und der zufälligen räumlichen Anordnung der Objekte ab, ob diese Kräfte zu kritischen Objektbewegungen während der Expositionszeit führen. Durch den erwähnten Einbau des Verschlusses unmittelbar an der Kamera sind solche schädlichen Einflüsse vollständig ausgeschaltet.

*Ergebnisse und Auflösungsvermögen bei Hellfeld und Dunkelfeld.* Einige Ergebnisse des beschriebenen Universal-Elektronenmikroskops auf verschiedenen Gebieten hat der Verfasser in einer kürzlich erschienenen Arbeit <sup>1)</sup> veröffentlicht. Dort sind Aufnahmen wiedergegeben, die für Hellfeldbetrieb ein Auflösungsvermögen von mindestens 40 Å nachweisen. Die Trennung eng benachbarter Teilchen ist auf den betreffenden Bildern jedoch noch so ausgeprägt, daß ein *Auflösungsvermögen von 30 Å (3 mμ)* sicher erreicht ist. Die gleiche Mitteilung enthält ein Bild, bei dem die Entdeckung von Fäden gelungen ist, deren Durchmesser 20 Å wohl kaum übersteigt und weiter unten <sup>2)</sup> sind Teilchen abgebildet, deren Durchmesser kaum größer als 10 Å sein dürfte. Das erzielte Auflösungsvermögen ist somit nur noch wenig geringer als die in einer früheren Arbeit <sup>3)</sup> für eine Beschleunigungsspannung von 50 kV und die derzeitigen elektronenoptischen Möglichkeiten theoretisch abgeschätzte Grenze für das Auflösungsvermögen des Elektronenmikroskops. Im Hinblick auf die vorausgegangene Veröffentlichung über Ergebnisse mag es genügen, im folgenden nur noch einige weitere Bilder zur Charakterisierung der Leistung der Anlage zu bringen. Sämtliche Bilder sind mit den schon erwähnten magnetischen Objektiven von herabgesetztem Öffnungsfehler gewonnen worden, da diese bei Vergleichsversuchen ein größeres Auflösungsvermögen als das obenerwähnte, kurzbrennweite elektrostatische Objektiv lieferten.

Aus einer größeren Aufnahmereihe über Strukturen verschiedener Katalysatoren <sup>4)</sup> entstammt Fig. 18. Es handelt sich hier um *Palladium-Asbest*. Während die reinen Asbestbänder, wie eine Kontrollaufnahme er-

<sup>1)</sup> M. von Ardenne, Naturwissensch. **28**, 113, Heft 8, 1940. — <sup>2)</sup> Man vgl. hierzu Fig. 23 dieser Arbeit. — <sup>3)</sup> M. von Ardenne, ZS. f. Phys. **108**, 338, Heft 5/6, 1938. — <sup>4)</sup> M. von Ardenne u. D. Beischer, Z. f. angew. Chemie **53**, 103, Heft 9/10, 1940.



kennen ließ, eine sehr glatte Oberfläche besitzen, die nur hin und wieder abstehende Bänderenden aufweist, sehen wir auf dem Bild Fig. 18 die Fasern unregelmäßig bedeckt mit feinen Palladiumkristallen verschiedenster Größe. Deutlich ist bei einigen Kristallen als Umriß ein Vieleck zu erkennen. Nicht an allen Stellen ist die Abbildung gleich scharf, da es sich hier um ein Objekt handelt, das auch in Richtung der Mikroskopachse erhebliche Ausdehnung besitzt.

Das Schattenbild der Oberflächenstruktur eines *Zinkcadmiumsulfid-Leuchtkristalls* mit etwa 30 % Kadmiumsulfidgehalt zeigt Fig. 19. Es handelt sich hier um einen Kristall einer Leuchtfarbe zur Herstellung von Elektronenstrahl- und Fernsehleuchtschirmen. Die eigentümlich zerklüftete Oberfläche konnte bei fast allen übermikroskopisch betrachteten Einzelkristallen dieser Art wiedergefunden werden. In diesem Zusammenhang ist zu erwähnen, daß bei der Beobachtung eines anderen Kristall-exemplares unter dem Einfluß einer kräftigen Elektronenstrahlung ein Zerspringen in mehrere Teile beobachtet werden konnte. Vielleicht trägt diese Beobachtung dazu bei, die allmähliche Abnahme des Leuchtschirm-Wirkungsgrades von stark belasteten Leuchtschirmen in Fernseh-Projektionsröhren zu klären.

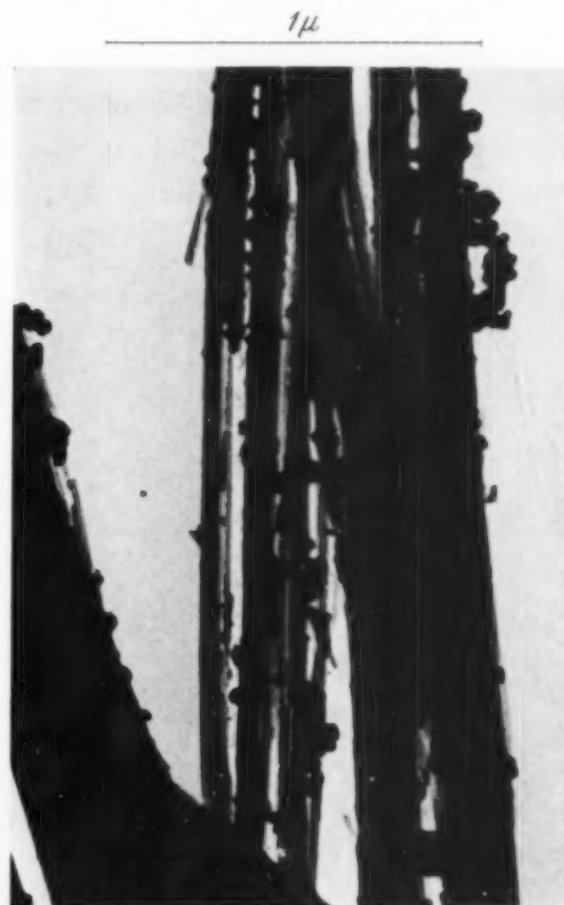


Fig. 18. Unbenutzter Palladiumasbest-Katalysator. Vergrößerung 37000 fach, Anteil der elektronenoptischen Vergrößerung: 9200 (Präparat Beischer).

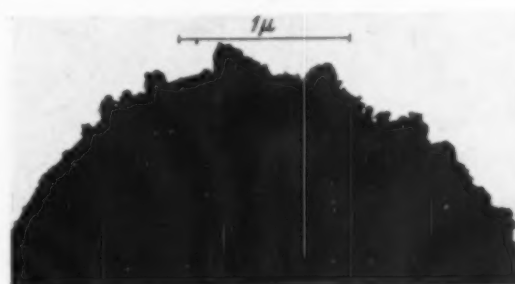


Fig. 19. Schattenbild der Oberflächenstruktur eines silberaktivierten Zinkcadmiumsulfid-Leuchtkristalls mit etwa 30 % Kadmiumsulfidgehalt. Eine ähnliche Oberflächenstruktur konnte auch bei fast allen beobachteten Kristallen gleicher Art festgestellt werden.

Das erst vor kurzem im Kaiser Wilhelm-Institut für Biochemie isolierte *Tomatenmosaikvirus* bringt die Aufnahme Fig. 20. Die Virusstäbe haben sich hier in sehr charakteristischer Weise, zum Teil in Form von Ketten, aneinandergelegt. Die Abmessungen der einzelnen Virusstäbchen stehen in guter Übereinstimmung mit den nach anderen Methoden indirekt ermittelten Werten. Hervorzuheben sind auf diesem Bilde auch die aus einer Vielzahl von Punkten gebildeten Ringe, die sich an der Virussubstanz anzulagern



Fig. 20. Tomatenmosaikvirus, Einzelstäbe und Ketten (Präparat Schramm).

scheinen. Das Präparat wurde gewonnen durch Eintrocknen eines kleinen Tropfens mit Virussubstanz auf einer etwa  $10^{-5}$  mm dicken Kollodiumhaut. Die Substanzkonzentration in dem Tropfen betrug  $10^{-4}$  g/cm<sup>3</sup> H<sub>2</sub>O.

Ein gitterartiges Gerüst von feinsten *Chromosomenfäden* vermittelt die Aufnahme Fig. 21. Das Bild zeigt eine Partie aus dem Eikern einer in der Bildunterschrift angegebenen Eizelle. Das Objekt entstammt einem 4  $\mu$ -Mikrotomschnitt und wurde nach Bouin fixiert. Während die Umrandungen der Fäden scharf abgebildet sind, erscheinen die inneren Strukturierungen infolge der räumlichen Elektronenstreuung im Objekt nur mit wesentlich geringerer Schärfe. Erst die Stereoaufnahme vermittelt bei diesem Objekt den wahren Verlauf der Fäden.

Teile aus zerriebenem Material von *Speicheldrüsen-Chromosomen der Drosophila melanogaster* sind in dem Bilde Fig. 22 festgehalten. Die auf dem Bilde mitaufgenommenen, teilweise gespaltenen Kristallnadeln sind möglicherweise während des Präpa-

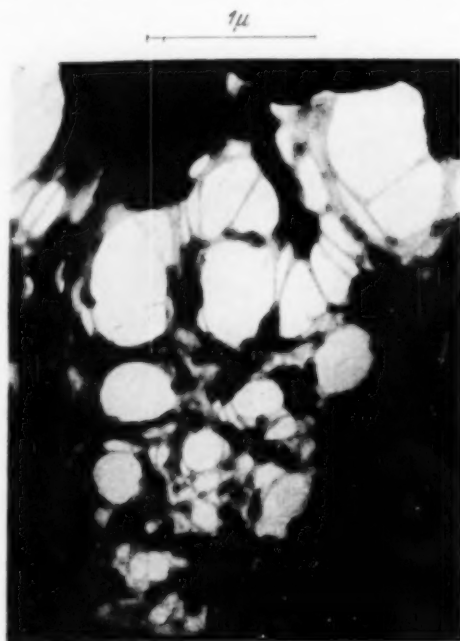


Fig. 21. Partie mit Chromosomenfäden aus einem Eikern. Eizelle aus dem Ovar einer zwei Monate alten Maus (Präparat Freksa).

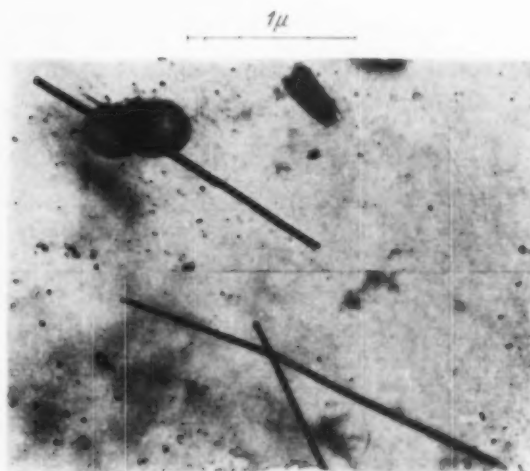


Fig. 22. Teile aus zerriebenem Material von Speicheldrüsenchromosomen der *Drosophila melanogaster* (Präparat Freksa).

100 AE

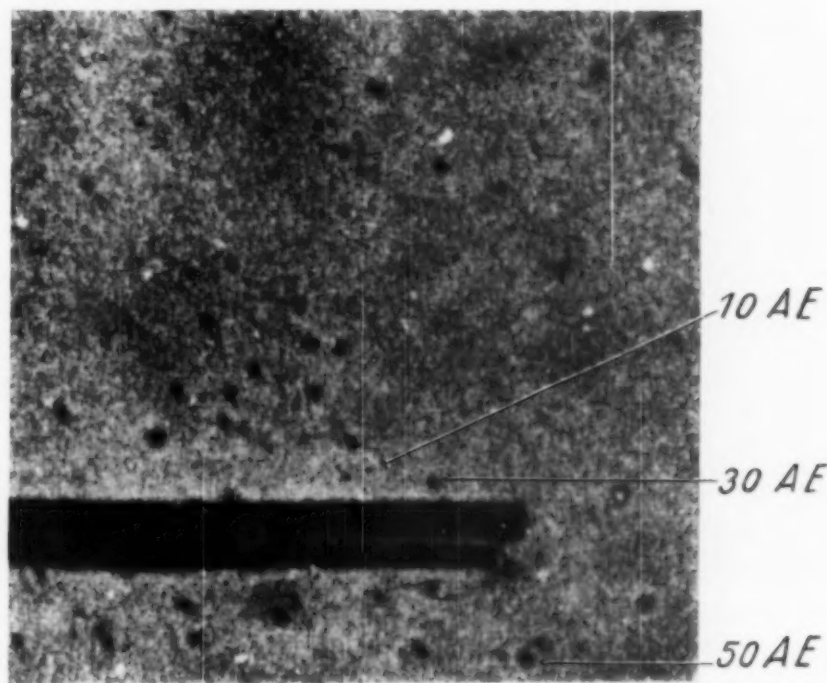


Fig. 23. Vergrößerter Ausschnitt aus der vorausgegangenen Abbildung mit nur aus wenigen Atomen aufgebauten Teilchen (Molekülen) von 10 und 15 Å Durchmesser. (Vergrößerung 200 000 fach.)

rierprozesses entstandene Zink- oder Kupferacetatnadeln. Auf dem Original sind in der Umgebung der Nadeln feinste Teilchen zu erkennen, deren

Durchmesser weniger als 10 % des Durchmessers der Hämocyaninmoleküle betragen, die der Verfasser in seiner zitierten Arbeit (Naturwissenschaften, Band 28, Heft 8) photographiert hat.

In Fig. 23 ist ein Ausschnitt aus Fig. 22 stärker vergrößert wiedergegeben. *Die feinsten noch deutlich wahrnehmbaren Teilchen besitzen Durchmesser von nur etwa 10 und 15 Å. Auf diesem Bilde sind somit zum ersten Male Teilchen dem menschlichen Auge unmittelbar sichtbar geworden, die nur aus wenigen Atomen aufgebaut sein können*, denn ihre Abmessungen liegen bereits in der Größe einfacher Moleküle. Wesentlichen Anteil an der scharfen runden Abbildung dieser feinsten Teilchen hat die oben beschriebene Vorrichtung zur Blendenzentrierung unter Vakuum. So erfolgte die Aufnahme Fig. 22 bzw. 23 erst nach Einstellung solcher Blendlagen, die bei Veränderung der Objektivbrennweite ein möglichst geringes Auswandern von Objektpunkten im Endbilde ergaben.

*Zinkoxydkristalle*, die aus dem Rauch eines Lichtbogens zwischen Zinkelektroden am Rande eines Objektträgers niedergeschlagen wurden, sind in Fig. 24 photographiert. Einzelne Kristalle zeigen eigenartige Aufspaltungen der Nadeln. Die feinsten Nadeln (Dicke etwa 40 bis 50 Å) weisen auf dem Original des Bildes noch Strukturierungen auf, die allerdings nur sehr schwach ausgeprägt sind. Über die im Stereobild wunderbar sich abzeichnenden Kristallformen, die sich auf diesem, sowie auf einer größeren Zahl weiterer Bilder des gleichen Objekts und ähnlicher Objekte zeigen, wäre im Zusammenhang mit Fragen des Kristallwachstums und auch der Kristallkeime noch viel zu sagen.

Das *Dunkelfeldbild* einer mehrere Wochen abgelagerten *Rußflocke* ist in Fig. 25 rechts wiedergegeben. Da es sich hier um ein in Richtung der Mikroskopachse stark ausgedehntes Objekt handelt, sind allein die in der Ebene größter Schärfe sich befindenden, rechts sichtbaren Partien mit hohem Auflösungsvermögen abgebildet. Nur an den Rändern der Teilchen ist ihre Massendicke so klein, daß die gestreute Elektronenstrahlung vorwiegend in die Öffnung der Objektivenblende fällt. Aus diesem Grunde zeichnen sich im Dunkelfeldbild im wesentlichen nur die Ränder der frei im Raum verlaufenden Partikelketten ab. Das mit einem Objektivöffnungsverhältnis von nur  $3 \cdot 10^{-3}$  (reelle Blenden!) gewonnene *Dunkelfeldbild* Fig. 25 besitzt für die Raumebenen größter Schärfe ein *Auflösungsvermögen von mindestens 50 Å<sup>1)</sup>*.

<sup>1)</sup> Die Größe des hier verwirklichten Fortschrittes wird durch eine im Februar 1940 erschienene Mitteilung von H. Mahl (Jahrbuch AEG-Forschung, Bd. 7, Heft 1) gekennzeichnet, in der angegeben wird, daß die Dunkelfeldmethode in der Elektronenmikroskopie kaum das Auflösungsvermögen des Lichtmikroskops erreicht.

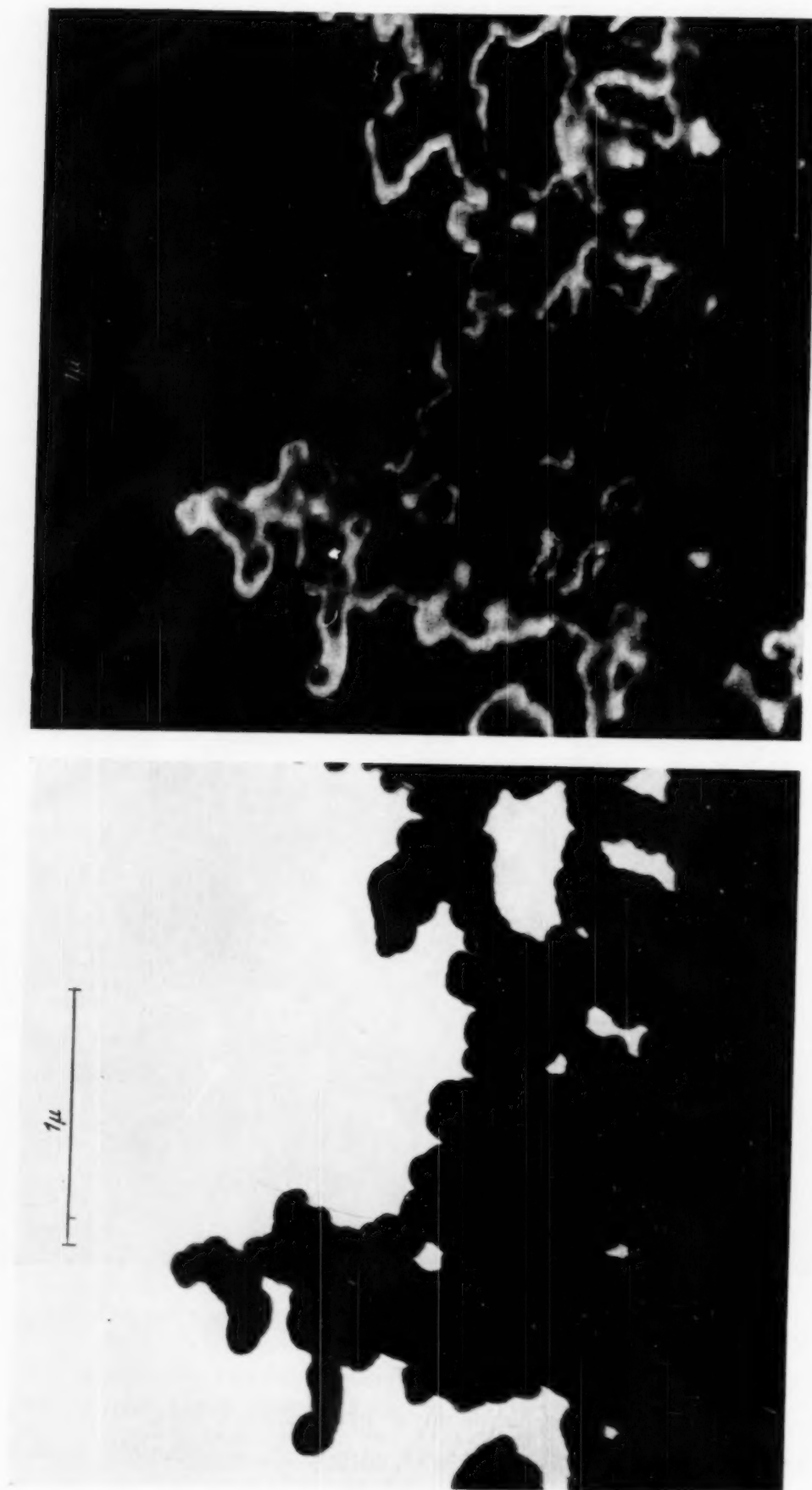


In Fig. 25 links ist genau der gleiche Ausschnitt des Objekts als Hellfeldbild wiedergegeben. Wir sehen, daß das Dunkelfeldbild bei Objekten der hier



Fig. 24. Feinste Zinkoxydkristalle aus einem Bogen zwischen Zinkelektroden.  
Vergrößerung 50 000 fach.

vorliegenden Struktur und Massendicke mehr Einzelheiten vermittelt als ein Hellfeldbild. Die Dunkelfeldmethode ist jedoch — jedenfalls zunächst — nur für die Untersuchung solcher Objekte geeignet, die ohne Trägerfolie



A

B

Fig. 25. Hellfeld- (A) und Dunkelfeldbild (B) des gleichen Ausschnitts einer mehrere Wochen abgelagerten Rußflocke aus Zedernholzölflamme.

frei in die Bohrung der Objektträgerblende hineinragen. Objekte aus Folien liefern deswegen keine sauberen Dunkelfeldbilder, weil schon eine monomolekulare Trägerfolie Aufhellung des Bilduntergrundes bewirkt.

Das *Dunkelfeldbild eines feinen Endfadens von Polyoxymethylen* bringt Fig. 26. Die elektronenmikroskopische Erforschung dieser Substanz, die als Modellsystem für Cellulose besonderes Interesse verdient, ist durch eine größere Zahl weiterer Bilder erfolgt, die am anderen Ort <sup>1)</sup> veröffentlicht werden.

*Ergebnisse bei Stereobild-Betrieb.* Ein Stereobild der Kristallketten von Magnesiumoxydrauch ist in Fig. 27 wiedergegeben. Einzelheiten des gleichen Objekts hat der Verfasser in seiner bereits zitierten Arbeit, Naturwissenschaften, Band 28, Heft 8, an Hand von groß wiedergegebenen normalen Bildern besprochen. Die wahre räumliche Anordnung der Teilchen kann aus dem Bilde in jedem einzelnen Fall mit Hilfe der bekannten Grundgleichungen der Stereophotographie<sup>2)</sup> berechnet werden. Im einfachen elektronenmikroskopischen Bild ist es im allgemeinen nicht möglich zu unterscheiden, ob Schwärzungsunterschiede durch Dichte- oder Dickenänderungen des Objektes hervorgerufen sind. Das stereoskopische Bild jedoch, das gleichzeitig auch die Abmessungen des Objektes in Richtung der Mikroskopachse erkennen läßt, gestattet damit die Unterscheidung von Dichte und Dicke der Objektpartikel. Die Tatsache dürfte für viele Untersuchungen von Bedeutung sein.

Da Stereobilder in der Regel durch eine Stereolupe betrachtet werden, verlangen sie eine besonders scharfe Wiedergabe. Auflösungsvermögen und Übergangsschärfe liegen bei den Originalabzügen der Stereobilder mit dem in Fig. 27 benutzten Format bei Werten zwischen 2 und  $4 \cdot 10^{-2}$  mm. Selbst bei den feinsten Druckrastern liegen die entsprechenden Werte fast eine Größenordnung höher, so daß bei der Reproduktion der Stereobilder in Zeitschriften die Bildschärfe auf nahezu  $1/10$  gegenüber dem Original zurückgeht. Die Reproduktion durch Druck kann daher nur eine sehr mangelhafte Orientierung von der tatsächlich erhaltenen Raumbildqualität geben. Sonst sind dank der hohen Bildschärfe der Originale und dank dem relativ zum Auflösungsvermögen sehr großen Gesichtsfeld der beschriebenen Mikroskopanlage alle Voraussetzungen gegeben, die in optischer Hinsicht bei Stereobild-Betrieb erfüllt sein sollten.

Der Objektschwenkungswinkel braucht und darf bei in Richtung der Mikroskopachse stark ausgedehnten Objekten nach Art der in Fig. 27 ab-

<sup>1)</sup> M. von Ardenne u. D. Beischer, Z. f. phys. Chemie (1940), im Druck.  
— <sup>2)</sup> Vgl. z. B.: L. E. W. van Albada, l. c. S. 11.

gebildeten Rauchflocke nur in der Größenordnung 2 bis  $5^0$  liegen. Größere Schwenkungswinkel haben bei solchen Gebilden zur Folge, daß im Vordergrund liegende Partikel nicht mehr durch die menschlichen Augen im

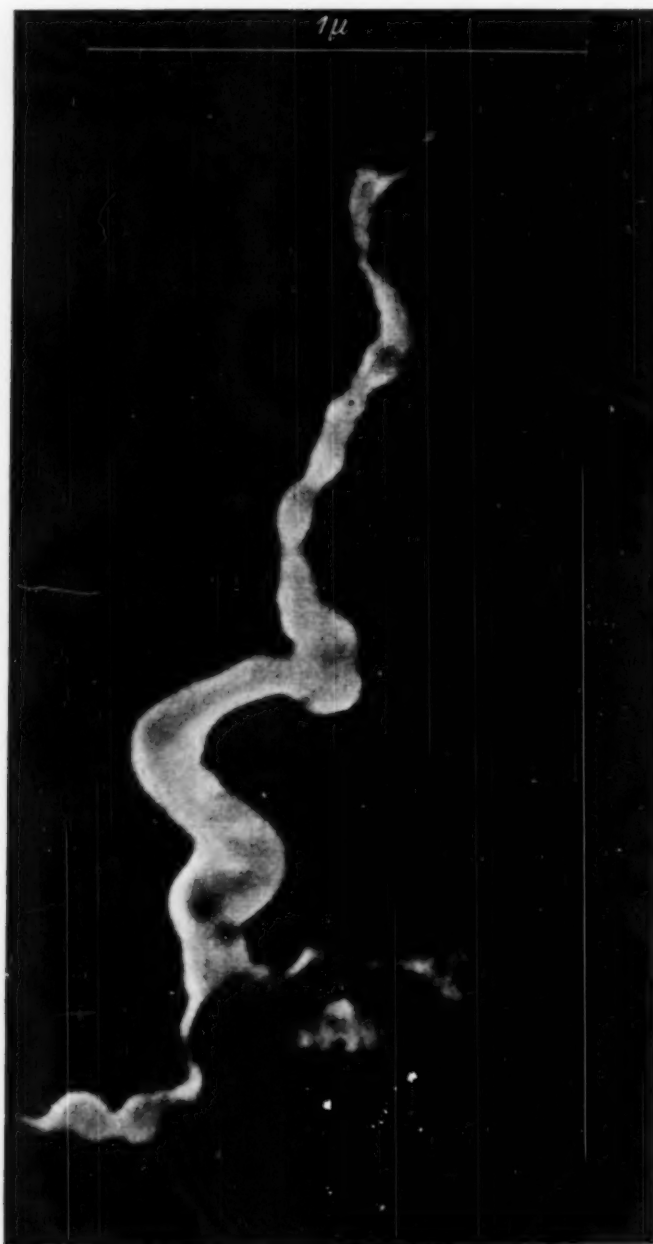


Fig. 26. Dunkelfeldbild eines feinen Endfadens von  $\beta$ -Polyoxymethylen. Vergrößerung 50 000 fach. (Präparat Beischer.)

Stereoskop zur Deckung gebracht werden können. Die größeren Schwenkungswinkel der oben angedeuteten Einrichtung sind dagegen für die stereoskopische Betrachtung von flacheren Objekten, z. B. von Objekten auf Folien, von Bakterien, Bromsilberkörnern usw., unentbehrlich. Weitere



von anderen Objekten erhaltene Stereobilder, auf deren Wiedergabe an dieser Stelle aus Raumgründen verzichtet werden muß, werden im Rahmen einer gesonderten Arbeit <sup>1)</sup> zur Veröffentlichung gelangen. Wer einmal Ge-

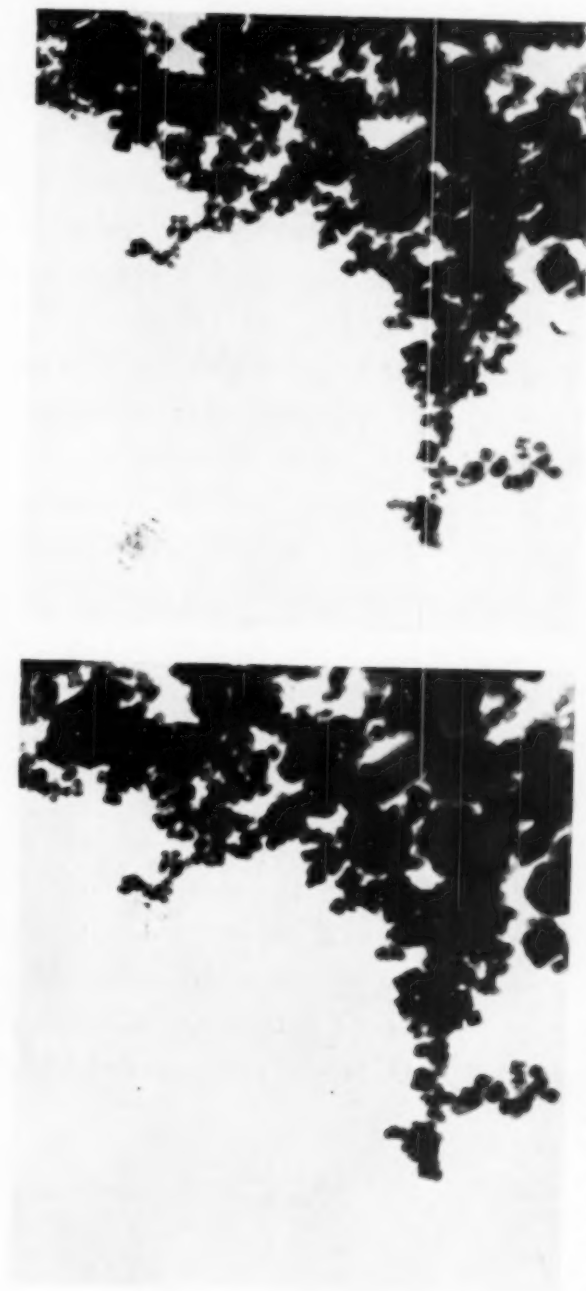


Fig. 27. Das erste elektronenmikroskopische Stereobild. Magnesiumoxydcrystal bei 25.000facher Vergrößerung und 4° Schwenkungswinkel.

legenheit hatte, unbekannte, durch das Elektronenmikroskop erschlossene Objektstrukturen zunächst im normalen flachen Bilde und dann als Raumbild (unter Verwendung photographischer Originalabzüge!) zu sehen, dem

<sup>1)</sup> M. von Ardenne, Naturwiss (1940), im Druck.

prägt sich die Überzeugung ein, daß das Stereo-Elektronenmikroskop bald zu einem der unentbehrlichsten Hilfsmittel der Feinstrukturforschung werden wird.

*Zusammenfassung.* Die Ausführung eines neuen (magnetischen oder elektrostatischen) *Universal-Elektronenmikroskops* wird beschrieben. Für Objektdurchstrahlung, magnetisches Objektiv und Hellfeldbeobachtung ist ein *Auflösungsvermögen von 30 Å (3 mμ)* sicher erreicht. Auf einem wiedergegebenen Bilde sind sogar Teilchen von nur 10 Å Durchmesser zu erkennen. Bei Dunkelfeld-Betrieb, zu dem durch Betätigung einer einfachen Blendenverstellung übergegangen wird, beträgt das praktisch erzielte Auflösungsvermögen mindestens 50 Å. Durch *Ausschleusen des ganzen Objektivsystems* ist es gelungen, den Betrieb mit verschiedensten Objektivarten zu ermöglichen und die Objektwechseleinrichtung so zu gestalten, daß Objektträger und Objektiv starr miteinander verbunden sind. Dieser Bauweise verdankt das Instrument seine völlige Unempfindlichkeit gegen Erschütterungen und die Erreichung von *Objektivbrennweiten* von nur 1,6 bzw. 0,9 mm (bei magnetischen Objektiven). Das Leistungsvermögen des Instruments wird durch eine Anzahl Hellfeld- und Dunkelfeldbilder belegt. Im letzten Abschnitt sind mit Hilfe einer besprochenen Zusatzeinrichtung erhaltene *Stereobilder* wiedergegeben, die zum ersten Male den wahren räumlichen Aufbau elektronenmikroskopischer Feinstrukturen offenbaren.

Dem Direktor des Kaiser Wilhelm-Instituts für physikalische Chemie und Elektrochemie, Herrn Prof. Thiessen, dankt der Verfasser für das ihm entgegengebrachte Vertrauen und weiterhin Herrn H. Reibedanz für seine Hilfe bei der Ausarbeitung der konstruktiven Details des Instruments. Die *Deutsche Forschungsgemeinschaft* hat die Schaffung der beschriebenen Anlage durch Bereitstellung von Mitteln entscheidend gefördert.